

«СОГЛАСОВАНО»
Экспертным советом
Ценового центра НКО АО НРД
(протокол № 49 от «22» января 2025 г.)

Методика определения стоимости ипотечных ценных бумаг

Термины и определения

Закладная — именная ценная бумага (вместе с добавочными листами и приложениями к ней), удостоверяющая право ее законного владельца на получение исполнения по кредитному договору, обязательства по которому обеспечены ипотекой, и право залога на предмет ипотеки.

Закон об ИЦБ — Федеральный закон от 11.11.2003 № 152-ФЗ «Об ипотечных ценных бумагах».

Закон о РЦБ — Федеральный закон от 22.04.1996 № 39-ФЗ «О рынке ценных бумаг».

Ипотечное покрытие — имущество, включенное в ипотечное покрытие облигаций в соответствии с Законом об ИЦБ, в том числе:

- обеспеченные ипотекой требования о возврате основной суммы долга и (или) об уплате процентов по кредитным договорам, удостоверенным закладными,
- денежные средства в валюте Российской Федерации,

в отношении которого специализированный депозитарий осуществляет хранение, учет, контроль за распоряжением, а также иные функции, предусмотренные законодательством Российской Федерации.

ИЦБ — облигации с ипотечным покрытием, выпускаемые в соответствии с требованиями Закона об ИЦБ и Закона о РЦБ, эмитентом по которым выступает кредитная организация.

Методика — настоящая Методика определения стоимости ипотечных ценных бумаг.

Проспект ценных бумаг — документ, содержащий существенную информацию, связанную с выпуском ценных бумаг, отвечающий требованиям Закона о РЦБ.

Реестр ипотечного покрытия — система записей для учета ипотечного покрытия, осуществляемая в соответствии с Законом об ИЦБ.

Решение о выпуске ценных бумаг — документ, устанавливающий объем прав, закрепленных ценной бумагой, отвечающий требованиям Закона о РЦБ.

Условия размещения бумаг — документ, определяющий условия размещения эмиссионных ценных бумаг, отвечающий требованиям Закона о РЦБ.

Смешанное ипотечное покрытие — ипотечное покрытие, включающее в себя как ипотечные кредиты с фиксированной ставкой, так и ипотечные кредиты с плавающей ставкой (текущая ключевая ставка ЦБ РФ + фиксированная надбавка)

Переменная ставка купона — размер купонов выпуска определяется процентными поступлениями по ипотечному покрытию за расчетный период за вычетом всех расходов Ипотечного агента, относящихся к купонной выплате

1. Общие положения

- 1.1. Методика устанавливает количественный способ определения справедливой стоимости ИЦБ и является дополнением к основной Методике определения стоимости рублевых облигаций¹. Данная Методика применяется для оценки стоимости старших траншей с фиксированной ставкой купона или одностраншевых выпусков с поручительством сквозного типа с фиксированной, плавающей или переменной ставкой купона ипотечных облигаций, выпускаемых SPV, пул ипотечного покрытия по которым является закрытым (не допускается замена обеспечения или добавление обеспечения в уже сформированный пул, за исключением случаев, предусмотренных статьей 14 Закона об ИЦБ и эмиссии (пункт 7.3.2.3. приложения 11

¹ Ссылка на текст Методики определения стоимости рублевых облигаций <https://nsddata.ru/ru/products/valuation-center#documents>

к Положению Банка России от 19.12.2019 № 706-П «О стандартах эмиссии ценных бумаг»)), Под обеспечением ИЦБ понимаются обеспеченные ипотекой требования о возврате основной суммы долга и (или) об уплате процентов по кредитным договорам и договорам займа, в том числе удостоверенные закладными. Методика не предназначена для определения справедливой стоимости ипотечных сертификатов участия. Применение Методики для ситуаций, не предусмотренных настоящим пунктом, может приводить к некорректным, как правило, недооцененным значениям показателей потенциальных потерь портфеля ценных бумаг.

- 1.2. Рассчитанная в соответствии с Методикой стоимость облигации призвана с определенным уровнем достоверности определить справедливую стоимость на дату оценки. Под справедливой стоимостью понимается такая стоимость на определенную дату, по которой данную облигацию можно реализовать при совершении сделки между хорошо осведомленными, желающими совершить такую сделку и независимыми друг от друга сторонами (условия эффективного рынка). Определение стоимости облигации производится без учета влияния на нее объема совершаемой контрагентами сделки. Учет влияния ликвидности инструментов на оценку финансовых инструментов является самостоятельной задачей, выходящей за рамки данной Методики. Таким образом, под справедливой стоимостью облигации понимается ее стоимость при совершении сделки характерного для данного выпуска облигаций объема.
- 1.3. Методика основана на принципах, изложенных в Международном стандарте финансовой отчетности МСФО (IFRS) 13, и использует трехуровневую иерархию методов оценки справедливой стоимости в соответствии с уровнями исходных данных. При наличии рыночных данных приоритет отдается наблюдаемым биржевым ценам. В случае отсутствия активного рынка и достоверных сделок в течение дня, оценка стоимости облигации производится на основе модели дисконтирования денежных потоков с учетом рыночной информации по значениям облигационных индексов. При отсутствии или неприменимости данных по итогам торгов конкретной бумаги или индекса, оценка стоимости методом факторного разложения цены.
- 1.4. Методика содержит описание алгоритма моделирования прогнозных денежных потоков, учитывающих специфику облигаций с ипотечным покрытием и используемых в расчетах доходностей, z-спрэдов, i-спрэдов и цены ИЦБ.
- 1.5. Общий порядок расчета стоимости ИЦБ $P_i(t)$ для i-ого выпуска облигаций на время t , а также интервала допустимых значений справедливой стоимости $[D_i(t); U_i(t)]$ основывается на применении каскада из трех методов, в соответствии с уровнем исходных данных:
 - 1) метод рыночных цен (с использованием информации по сделкам по данному выпуску облигаций);
 - 2) метод экстраполяции индексов (с использованием расчета будущего планового потока платежей и данных облигационных индексов);
 - 3) метод факторного разложения цены (с использованием данных ряда факторов, которые или характеризуют общую конъюнктуру рынка облигаций, или отражают некоторые специфические характеристики эмиссии).

Первый уровень оценки использует рыночный подход, второй и третий уровни используют доходный подход. Выбор одного из трех методов расчета справедливой цены определяется доступностью и степенью достоверности рыночной информации.

- 1.6. Методика предполагает наличие следующего допущения: текущая ставка досрочного погашения по выпуску ценных бумаг (CPR) и текущая ставка выхода закладных в дефолт (CDR) рассчитываются на все исторические даты, предшествующие дате расчета, а прогнозные ставки CPR и CDR, используемые для прогнозирования потока платежей приравниваются к текущим значениям на дату расчета и считаются постоянными. Фактически такая модель эквивалентна предположению о невозможности автоматизированного прогнозирования макроэкономической ситуации и, соответственно, использованию «наивного» предсказания.
- 1.7. Методика предполагает возможность использования рейтингов выпуска ценной бумаги, эмитента, поручителя или гаранта, присвоенных национальными рейтинговыми агентствами, согласно пункту 1.1 Методики определения стоимости рублевых облигаций, Приложению 2 и Приложению 5 к Методике определения стоимости рублевых облигаций.

2. Моделирование планового денежного потока ИЦБ

- 2.1. Расчет планового потока платежей по ИЦБ производится на основе данных по реестру ипотечного покрытия, а также проспекта, условий размещения и решения о выпуске ИЦБ, опубликованных в сети Интернет на сайте компании-эмитента, распространителей информации на рынке ценных бумаг или сторонних агрегаторов финансовой информации или же данных, предоставляемых сервисным агентом, при этом приоритет отдается последним. В случае, когда сервисный агент не предоставляет данные по рассматриваемым ИЦБ, расчет производится Ценовым центром НРД.
- 2.2. Используемая далее временная сетка $\{t_i\}$ совпадает с датами выплат по ИЦБ. Если $t_p > t_0$, то t_0 полагается равной дате предыдущей купонной выплаты или дате начала размещения оцениваемой бумаги.
- 2.3. Оценка погашения номинала.

2.3.1. Расчет аннуитетного потока поступлений.

- По одностраншевым выпускам ИЦБ с поручительством:

$$PP_i = Nom_{i-1} \cdot r_i \cdot \frac{(1 + r_i)^{N_i}}{(1 + r_i)^{N_i} - 1}$$

$PP_i = F_i + I_i$ — плановое поступление платежей на конец i -го промежутка $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

r_i — ставка процента на период $[t_{i-1}, t_i]$, рассчитанная на основе WAC ставки для закладных и выраженная в долях единицы;

N_i — оставшееся количество купонных периодов до конца договора, рассчитанное в момент времени t_{i-1} .

- По старшим траншам ИЦБ:

$$PP_i = \frac{PoolNom_{i-1}}{S_i} \cdot r_i \cdot \frac{(1 + r_i)^{N_i}}{(1 + r_i)^{N_i} - 1}$$

$PP_i = F_i + I_i$ — плановое поступление на конец i -го промежутка $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

$PoolNom_{i-1}$ — оставшаяся сумма основного долга закладных, входящих в ипотечное покрытие, на начало расчетного периода, соответствующего купонному периоду $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении;

S_i — количество бумаг в обращении в момент выплаты t_i ;
 r_i — ставка процента на период $[t_{i-1}, t_i]$, рассчитанная на основе WAC ставки для закладных и выраженная в долях единицы;
 N_i — оставшееся количество купонных периодов до конца договора, рассчитанное в момент времени t_{i-1} .

2.3.2. Расчет средневзвешенной ставки по ипотечному покрытию:

$$WAC = \frac{\sum_{k=1}^K B_0^k \cdot r_0^k}{\sum_{k=1}^K B_0^k},$$

WAC — взвешенная по сумме основного долга ставка по всем закладным в ипотечном покрытии в годовом начислении, выраженная в долях единицы;
 B_0^k — непогашенная сумма основного долга у k -ой закладной на дату расчета в денежном выражении;
 r_0^k — годовая ставка кредита у k -ой закладной на дату расчета в годовом начислении, выраженная в долях единицы;
 K — количество закладных в ипотечном покрытии.

Тогда ставка процента r_i на период $[t_{i-1}, t_i]$ по ИЦБ равна

$$r_i = WAC \cdot \frac{N_m}{12}, \text{ если дата расчета больше даты первого купона,}$$

$$r_i = WAC \cdot \frac{t_1 - t_0}{365}, \text{ иначе,}$$

где N_m — купонный период по ИЦБ, выраженный в месяцах.

2.3.3. Расчет средневзвешенного планового срока погашения закладных:

$$WAM = \frac{\sum_{k=1}^K B_0^k \cdot m_0^k}{\sum_{k=1}^K B_0^k},$$

WAM — взвешенный по сумме основного долга плановый срок до погашения всех закладных в ипотечном покрытии, выраженный в месяцах;
 B_0^k — непогашенная сумма основного долга у k -й закладной на дату расчета в денежном выражении;
 m_0^k — оставшийся контрактный срок у k -ой закладной на дату расчета, выраженный в месяцах;
 K — количество закладных в ипотечном покрытии.

Тогда прогнозное оставшееся количество купонных периодов на дату расчета равно

$$N_1 = \text{ceil}\left(\frac{WAM}{N_m}\right),$$

$$N_i = N_{i-1} - 1, i \geq 2, N_i \geq 0.$$

WAM — взвешенный по сумме основного долга плановый срок до погашения всех закладных в ипотечном покрытии, выраженный в месяцах;
 N_m — купонный период по ИЦБ, выраженный в месяцах; в общем случае значение этого показателя может быть вычислено по формуле $N_m = \text{round}\left(\frac{t_2 - t_1}{30}\right)$.

2.3.4. Для каждого j -го месяца, предшествующего дате оценки, рассчитывается

$$SMM_j^{hist} = \frac{U_j^{hist}}{B_j^{hist} - F_j^{hist}},$$

SMM_j^{hist} — доля досрочного погашения закладных в j -ый месяц до даты расчета, выраженная в долях единицы;
 B_j^{hist} — непогашенная сумма основного долга всех закладных, входящих в ипотечное покрытие, на начало j -го месяца до даты расчета в денежном выражении;
 U_j^{hist} — досрочное погашение основного долга закладных в ипотечном покрытии в j -ом месяце до даты расчета; величина досрочного погашения складывается из суммы разницы фактического и планового погашения основного долга по всем закладным и последнего остатка основного долга по досрочно погашенным закладным;
 F_j^{hist} — плановое погашение основного долга закладных в ипотечном покрытии в j -ом месяце до даты расчета; вычисляется как сумма аннуитетных платежей, направленных на погашение основного долга, по всем закладным, входящим в ипотечное покрытие.

На основе вычисленных значений доли досрочного погашения рассчитывается

$$CPR_j^{hist} = 1 - (1 - SMM_j^{hist})^{12},$$

CPR_j^{hist} — годовая ставка досрочного погашения закладных, входящих в ипотечное покрытие, в j -ый месяц до даты расчета, выраженная в долях единицы;
 SMM_j^{hist} — доля досрочного погашения закладных в j -ый месяц до даты расчета, выраженная в долях единицы.

2.3.5. По историческим значениям CPR_j^{hist} вычисляется среднее значение:

$$\overline{CPR}_{mort} = \frac{\sum_{j=1}^{\min(J,6)} CPR_j^{hist}}{\min(J,6)},$$

\overline{CPR}_{mort} — средняя годовая ставка досрочного погашения закладных, входящих в ипотечное покрытие, за последние $\min(J,6)$ месяцев, предшествующих дате расчета, выраженная в долях единицы;
 CPR_j^{hist} — годовая скорость досрочного погашения закладных, входящих в ипотечное покрытие в j -ый месяц до даты расчета, выраженная в долях единицы;
 J — количество опубликованных реестров ипотечного покрытия².

2.3.6. Дополнительно рассчитывается средняя наблюдаемая ставка досрочного погашения среди репрезентативных ИЦБ:

$$\overline{CPR}_{market,j} = \frac{\sum_{q=1}^{Q_j} CPR_j^{hist,q}}{Q_j},$$

$$\overline{CPR}_{market} = \frac{\sum_{j=1}^6 \overline{CPR}_{market,j}}{6},$$

$CPR_j^{hist,q}$ — ставка досрочного погашения q -ой репрезентативной ИЦБ в j -ый месяц до даты расчета;
 Q_j — количество репрезентативных ИЦБ в j -ый месяц до даты расчета³;
 $\overline{CPR}_{market,j}$ — средняя наблюдаемая ставка досрочного погашения среди репрезентативных ИЦБ в j -ый месяц до даты расчета
 \overline{CPR}_{market} — средняя наблюдаемая ставка досрочного погашения среди репрезентативных ИЦБ.

² Реестры ипотечного покрытия публикуются на сайте раскрытия информации e-disclosure.ru либо сайте эмитента.

³ Список репрезентативных ИЦБ определяется индивидуально в соответствии с критериями, согласованными Методической рабочей группой (см. Приложение 1 к Методике).

- 2.3.7. В качестве прогнозного значения CPR для оцениваемого выпуска ИЦБ используется средневзвешенное значение между \overline{CPR}_{mort} и \overline{CPR}_{market} :

$$\overline{CPR} = \lambda \cdot \overline{CPR}_{mort} + (1 - \lambda) \cdot \overline{CPR}_{market},$$

где

$$\lambda = \begin{cases} 1, & \text{если } J \geq 6, \\ \frac{J}{6}, & \text{если } J < 6, \end{cases}$$

\overline{CPR} — прогнозируемое значение ставки досрочного погашения для оцениваемого выпуска ИЦБ;

\overline{CPR}_{mort} — оценка годовой скорости досрочного погашения, выраженная в долях единицы, для закладных, входящих в ипотечное покрытие;

\overline{CPR}_{market} — средняя наблюдаемая ставка досрочного погашения среди репрезентативных ИЦБ;

λ — весовой коэффициент, характеризующий значимость данных оцениваемого выпуска ИЦБ в зависимости от количества опубликованных реестров ипотечного покрытия.

- 2.3.8. Значение досрочного погашения CPR_i в момент времени t_i для периода τ , выраженного в долях года, вычисляется как:

$$CPR_i = 1 - (1 - \overline{CPR})^\tau$$

CPR_i — значение ставки досрочного погашения в момент времени t_i для периода τ

\overline{CPR} — прогнозируемое значение ставки досрочного погашения для оцениваемого выпуска ИЦБ.

Значение периода τ вычисляется следующим образом: если t_i больше даты выплаты первого купона, то $\tau = \frac{N_m}{12}$, иначе $\tau = \frac{t_i - t_0}{365}$, где

N_m — купонный период по ИЦБ, выраженный в месяцах;

t_i — дата расчета.

- 2.3.9. Для оценки скорости значения выхода закладных в дефолт для каждого j -го месяца, предшествующего дате оценки, рассчитывается

$$CDR_j^{hist} = 1 - \left(1 - \frac{D_j^{hist}}{B_j^{hist} - F_j^{hist}} \right)^{12},$$

CDR_j^{hist} — годовая ставка выхода в дефолт закладных, входящих в ипотечное покрытие, в j -ый месяц до даты расчета, выраженная в долях единицы;

D_j^{hist} — сумма основного долга закладных в ипотечном покрытии, ставшая дефолтной в j -ом месяце до даты расчета;

B_j^{hist} — непогашенная сумма основного долга всех закладных, входящих в ипотечное покрытие, на начало j -го месяца до даты расчета в денежном выражении;

F_j^{hist} — плановое погашение основного долга закладных в ипотечном покрытии в j -ом месяце до даты расчета.

Аналогично п.п. 2.3.5–2.3.8 Методики вычисляется оценка скорости выхода закладных в дефолт для соответствующего момента времени (CDR_i). Закладные при этом признаются дефолтными в случае возникновения просрочки по выплате долга длительностью более 90 календарных дней.

2.3.10. Расчет плановых процентных платежей для закладных, начисленных в момент времени t_i .

- По одностраншевым выпускам ИЦБ с поручительством:

$$I_i = Nom_{i-1} \cdot r_i,$$

I_i — плановые процентные поступления по кредитам в расчете на одну ИЦБ в момент времени t_i ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

r_i — ставка процента на период $[t_{i-1}, t_i]$, рассчитанная на основе WAC ставки для закладных и выраженная в долях единицы.

- По старшим траншам ИЦБ:

$$I_i = \frac{PoolNom_{i-1}}{S_i} \cdot r_i$$

I_i — плановые процентные поступления по кредитам в расчете на одну ИЦБ в момент времени t_i ;

r_i — ставка процента на период $[t_{i-1}, t_i]$, рассчитанная на основе WAC ставки для закладных и выраженная в долях единицы;

$PoolNom_{i-1}$ — оставшаяся сумма основного долга закладных, входящих в ипотечное покрытие, на начало расчетного периода, соответствующего купонному периоду $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении;

S_i — количество бумаг в обращении в момент выплаты t_i .

2.3.11. Погашение номинала ИЦБ в момент t_i разбивается на две части: плановое погашение и досрочное погашение.

Плановое погашение вычисляется как:

$$F_i = PP_i - I_i$$

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

PP_i — плановое поступление на конец i -го промежутка $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

I_i — плановые процентные поступления по кредитам в расчете на одну ИЦБ в момент времени t_i .

Досрочное погашение вычисляется как

- По одностраншевым выпускам ИЦБ с поручительством:

$$U_i = (Nom_{i-1} - F_i) \cdot CPR_i$$

U_i — досрочное погашение основного долга в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

CPR_i — значение ставки досрочного погашения в момент времени t_i .

- По старшим траншам ИЦБ:

$$U_i = \left(\frac{PoolNom_{i-1}}{S_i} - F_i \right) \cdot CPR_i$$

U_i — досрочное погашение основного долга в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

$PoolNom_{i-1}$ — оставшаяся сумма основного долга закладных, входящих в ипотечное покрытие, на начало расчетного периода, соответствующего купонному периоду $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении;

S_i — количество бумаг в обращении в момент выплаты t_i ;

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

CPR_i — значение ставки досрочного погашения в момент времени t_i .

2.3.12. Предполагается, что кредиты, перешедшие в состояние дефолта, выкупаются оригинатором. Сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт, определяется как

- По одностраншевым выпускам ИЦБ с поручительством:

$$D_i = (Nom_{i-1} - F_i) \cdot CDR_i,$$

D_i — сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт и выкупленных оригинатором в течение периода $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

CDR_i — оценка скорости выхода закладных в дефолт в момент времени t_i для купонного периода N_m месяцев, выраженная в долях единицы.

- По старшим траншам ИЦБ:

$$D_i = \left(\frac{PoolNom_{i-1}}{S_i} - F_i \right) \cdot CDR_i,$$

D_i — сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт и выкупленных оригинатором в течение периода $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

$PoolNom_{i-1}$ — оставшаяся сумма основного долга закладных, входящих в ипотечное покрытие, на начало расчетного периода, соответствующего купонному периоду $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении;

S_i — количество бумаг в обращении в момент выплаты t_i ;

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

CDR_i — оценка скорости выхода закладных в дефолт в момент времени t_i для купонного периода N_m месяцев, выраженная в долях единицы.

2.3.13. Номинал в момент времени t_i .

- По одностраншевым выпускам ИЦБ с поручительством:

$$Nom_i = Nom_{i-1} - (F_i + U_i + D_i),$$

Nom_i — номинальная стоимость ИЦБ в момент времени t_i ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

U_i — досрочное погашение основного долга в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

D_i — сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт и выкупленных оригинатором в течение периода $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ.

- Если старшие транши имеют одинаковый приоритет погашения номинала:

$$Nom_i = Nom_{i-1} - (F_i + U_i + D_i).$$

- Если старшие транши имеют разный приоритет погашения номинала:

$$Nom_i^L = Nom_{i-1}^L - \max\left(F_i^L + U_i^L + D_i^L - \sum_{s=1}^{L-1} (F_i^s + U_i^s + D_i^s), 0\right),$$

Nom_i^L — номинальная стоимость ИЦБ старшего транша с приоритетом L в момент времени t_i ;

Nom_{i-1}^L — номинальная стоимость ИЦБ старшего транша с приоритетом L на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

F_i^L — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ старшего транша с приоритетом L ;

U_i^L — досрочное погашение основного долга в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ старшего транша с приоритетом L ;

D_i^L — сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт и выкупленных оригинатором в течение периода $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ старшего транша с приоритетом L ;

F_i^s — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ старшего транша с приоритетом s ($s < L$);

U_i^s — досрочное погашение основного долга в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ старшего транша с приоритетом s ($s < L$);

D_i^s — сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт и выкупленных оригинатором в течение периода $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ старшего транша с приоритетом s ($s < L$);

$L_s = L - 1$ — количество старших траншей с приоритетом выше, чем рассчитываемый старший транш L .

2.4. Расчет купонных платежей.

2.4.1. Фиксированная ставка купона:

$$C_i = Nom_{i-1} \cdot Coupon_i \cdot yf(t_{i-1}, t_i),$$

C_i — процентные купонные платежи в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

$Coupon_i$ — ставка купона, соответствующая i -му периоду $[t_{i-1}, t_i]$, в долях единицы;
 $yf(t, \tau)$ — доля года, рассчитанная в соответствии с day count convention для оцениваемой бумаги.

2.4.2. Плавающая ставка купона по одностраншевым ИЦБ:

$$C_i = I_i - Nom_{i-1} \cdot V_i.$$

C_i — процентные купонные платежи в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

V_i — величина переменных расходов для периода $[t_{i-1}, t_i]$, выраженная в долях единицы.

В случае предоставления сервисным агентом данных о величине переменных расходов V_i используется данная информация (п. 2.1). Иначе значение параметра принимается

равным максимально допустимой величине расходов эмитента, указанной в условиях эмиссии ИЦБ.

2.5. Денежный поток вычисляется по формуле:

$$CF_i = F_i + U_i + D_i + C_i.$$

CF_i — денежный поток по бумаге в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

D_i — сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт и выкупленных оригинатором в течение периода $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

U_i — досрочное погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

C_i — процентные купонные платежи в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ.

При наличии опциона clean-up call с параметром $CleanUp$, если

$$Nom_{i-1} - CleanUp \cdot Nom_{init} < 0,$$

то

$$F_i = Nom_{i-1}, \quad U_i = 0, \quad D_i = 0.$$

F_i — плановое погашение основного долга в момент времени t_i , в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

Nom_{i-1} — номинальная стоимость ИЦБ на начало периода $[t_{i-1}, t_i]$ в момент времени t_{i-1} (совпадает с номинальной стоимостью на конец предыдущего периода);

U_i — досрочное погашение основного долга в момент времени t_i в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

D_i — сумма основного долга закладных, вышедших в дефолт и выкупленных оригинатором в течение периода $[t_{i-1}, t_i]$, в денежном выражении в расчете на одну ИЦБ;

$CleanUp$ — процент от первоначальной номинальной стоимости ИЦБ Nom_{init} , при достижении которого выпуск может быть полностью погашен, выраженный в долях единицы;

Nom_{init} — первоначальная номинальная стоимость ИЦБ.

2.6 Для оценки ипотечных ценных бумаг со смешанным ипотечным покрытием и переменным купоном Методом экстраполяции индексов или Методом факторного разложения цены используется модельный денежный поток, прогнозируемый согласно Ценовой конвенции для ипотечных ценных бумаг ДОМ.РФ.⁴

3. Метод рыночных цен

3.1 Метод рыночных цен предназначен для определения справедливой цены облигации в случае, когда в течение дня с облигацией совершены 1 или более сделок, признанных достоверными. Если в течение торгового дня на основном или ином активном и доступном участникам рынка были зафиксированы достоверные сделки, то справедливая рыночная цена облигации рассчитывается как медиана распределения цен таких сделок.

⁴ Текст методики Ценовой конвенции для ипотечных ценных бумаг доступен на: <https://xn--80atbdbsooh2qgb.xn--d1aqf.xn--p1ai/instruments/convention>

- 3.2 Справедливая стоимость, рассчитанная по методу рыночных цен, соответствует ожидаемой цене по сделке характерного для данной облигации объема и не учитывает влияние объема, например, значительно превышающего средний дневной объем торгов.
- 3.3 На момент написания Методики основным рынком для облигаций, удовлетворяющих условиям в пункте 3.1 Методики, является биржевой рынок. Информация о фактических сделках относится к первому уровню исходных данных.
- 3.4 Метод рыночных цен применяется для облигаций, для которых совершено 50 и более сделок.
- 3.5 Количество сделок S — граница применения дополнительной фильтрации с использованием исторических данных для метода рыночных цен — определяет, достаточно ли сделок с оцениваемым выпуском облигаций, чтобы определять достоверность заключенных сделок только по данным даты оценки. В случае, если сделок S или меньше либо объем сделок S_V или меньше, для фильтрации дополнительно используются исторические данные (данные последней даты оценки, на которую была рассчитана цена по методу рыночных цен). Если Методической рабочей группой не согласовано иное, минимальным количеством принимается S , минимальным объемом S_V
- 3.6 Пусть k – рассматриваемое количество календарных дней истории ($k \geq 1$), используемое для оценки параметров метода рыночных цен. Необходимо, чтобы в период экспирации данных по первому методу $[T - k, T - 1]$ попало минимум N_{\min} сделок, значение k выбирается как минимальный период в днях из количества доступных дней истории и минимального периода, в который одновременно попадает N_{\max} сделок и K_{\max} дней истории (при наличии такого периода); μ_t – справедливая рыночная цена t -го дня ($t \in [T - k; T - 1]$), V_{it} – объем i -ой сделки (в штуках) t -го дня.
- 3.7 Пусть сделки внутри дня распределены как:

$$p \sim f(p | \mu, \zeta^2, \alpha, V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta^2 + 2\alpha \ln(V + 1)}} \exp\left(-\frac{\max(0, |p - \mu| - \alpha \ln(V + 1))^2}{2\zeta^2}\right),$$

Цены дней распределены:

$$\mu \sim f(\mu | \mu_{pr}, \zeta^2, \alpha, \Sigma V, \Delta t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta^2 + 2\alpha\sqrt{\Delta t} \ln(\Sigma V + 1)}} \exp\left(-\frac{\max(0, |\mu - \mu_{pr}| - \alpha\sqrt{\Delta t} \ln(\Sigma V + 1))^2}{2\zeta^2}\right),$$

где μ – итоговая цена на дату оценки, μ_{pr} – итоговая цена за предыдущую дату оценки, Δt – количество календарных дней с даты оценки μ_{pr} , ΣV – суммарный объем за день, α – корректировка на объем. Алгоритм вычисления квантилей для распределений с плотностью f приведен в Приложении 4 Методики определения стоимости рублевых облигаций.

Псевдодисперсия сделок внутри дня – отклонение сделок относительно справедливой цены μ_t на дату оценки:

$$\zeta_{\mu_t}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{K_t} w_{it} \max(0, |\mu_t - p_{it}| - \alpha \ln(V_{it} + 1))^2}{\frac{N-1}{N} \sum_{i=1}^{K_t} w_{it}},$$

Псевдодисперсия сделки:

$$\zeta_{it}^2 = w_{it} \zeta_{\mu_t}^2,$$

где V_{it} – объем i -ой сделки t -го дня; α – корректировка на объем, рассчитываемая для рассматриваемого дня T ; K_t – количество совершенных сделок внутри t -го дня; w_{it} – вес i -ой сделки дня t , рассчитываемый по формуле $w_{it} = \ln(V_{it} + 1)$. Значение w_{it} рассчитывается аналогично величине зависимости корректировки цены от объема, но в силу другого смысла данного показателя используется другое обозначение.

Псевдодисперсия справедливой цены:

$$\zeta_t^2 = \max(0, |\mu_t - \mu_{prev}| - \alpha \sqrt{\Delta t} \ln(V_t + 1))^2,$$

где V_t – сумма объемов сделок для t -го дня, $V_t = \sum_{i=1}^{K_t} V_{it}$; $prev$ – ближайший предшествующий дню t день, в который была цена 1-го метода; Δt – срок в календарных днях между t и $prev$.

3.8 Корректировка на объем находится путем минимизации логарифмической функции правдоподобия:

$$\ln L = \sum_{t=T-k}^{T-1} \sum_{i=1}^{K_t} \ln \left(\sqrt{2\pi w_{it} \zeta_{\mu_t}^2} + 2\alpha \ln(V_{it} + 1) \right) + \sum_{t=T-k+1}^{T-1} \ln \left(\sqrt{2\pi \zeta_t^2} + 2\alpha \sqrt{\Delta t} \ln(V_t + 1) \right),$$

при этом $\alpha \geq 0$.

3.9 Определим значение справедливой рыночной цены μ_T как результат минимизации⁵ следующего выражения внутри рассматриваемого дня T :

$$\sum_{i=1}^{K_T} \ln \left(\sqrt{2\pi w_{iT} \zeta_{\mu_T}^2} + 2\alpha \ln(V_{iT} + 1) \right).$$

μ_T признается итоговым для дня T в том случае, когда все рассматриваемые сделки в данный день были признаны достоверными. В противном случае производится фильтрация: на каждом

⁵ Процедура робастной минимизации представляет собой итерационный алгоритм цензурирования данных. На каждом шаге для всех сделок оценивается величина соответствующих членов функции правдоподобия. Сделки, для которых величина ошибки превышает $2.795 \cdot \sigma$ (где σ – стандартное отклонение ошибки модели) исключаются из рассмотрения на следующем шаге. Алгоритм цензурирования останавливается, если на очередном шаге не происходит отсеивания наблюдений

ее шаге недостоверные сделки отбрасываются, значение справедливой рыночной цены пересчитывается. Процесс фильтрации прекращается, если значение справедливой рыночной цены на текущем шаге фильтрации совпадает со значением, рассчитанным на предыдущем шаге, и если количество рассматриваемых сделок не уменьшилось. В том случае, если все сделки были признаны недостоверными, метод рыночных цен не применяется и данный выпуск оценивается в соответствии с методом экстраполяции индексов или методом факторного разложения цены, описанными в главе 4 и главе 5 настоящей Методики соответственно.

- 3.10 Сделка признается достоверной, если цена сделки не выходит за пределы коридора фильтрации:

$$p_{iT} \in [Q_1(f(p | \mu_T, \sigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)); Q_{99}(f(p | \mu_T, \sigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T))],$$

где $f(p)$ – плотность распределения справедливой рыночной цены μ_T ; Q_1 и Q_{99} – 1% и 99% квантили распределения с плотностью f соответственно.

- 3.11 Если общее количество сделок или объем сделок, оставшихся в результате предыдущего шага фильтрации, в рассматриваемый день меньше S и S_V соответственно, то для установления достоверности сделки кроме описанного в пункте 3.10 Методики условия добавляется требование относительно справедливой рыночной цены предыдущего рассматриваемого дня:

$$p_{iT} \in [Q_1(f(p | \mu_{prev}, \sigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)); Q_{99}(f(p | \mu_{prev}, \sigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T))].$$

- 3.12 Среди сделок, признанных недостоверными, исключается из расчета сделка с наибольшим расстоянием цены до интервалов, указанных в пунктах 3.10 и 3.11. Методики. Затем ищется новое значение справедливой цены μ_T , оставшиеся сделки проверяются на достоверность. Процесс повторяется до признания всех оставшихся сделок достоверными, либо признания всех сделок недостоверными.

- 3.13 Итоговая цена на дату оценки T определяется как:

$$P_1(T) = Q_{50}(f(p | \mu_T, \sigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)).$$

- 3.14 Коридор достоверности цены определяется как:

$$[D_1(T); U_1(T)] = [Q_{2.5}(f(p | \mu_T, \sigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)); Q_{97.5}(f(p | \mu_T, \sigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T))].$$

4. Метод экстраполяции индексов

- 4.1 Метод экстраполяции фондовых индексов для определения справедливой цены облигаций применим в той ситуации, когда на анализируемую дату отсутствуют биржевые сделки с оцениваемой облигацией или параметры имеющихся сделок не позволяют их признать достоверными (соответствующими условиям эффективного рынка). Вместе с тем, если в такой ситуации имеется статистика достоверных сделок в некотором прошлом, то связав ее со значениями облигационных индексов, можно получить приемлемые по точности оценки справедливой стоимости облигации на анализируемую дату t . Оценка справедливой стоимости облигации с определением интервала допустимых изменений цены в таком случае сводится к задаче определения параметров распределения прогноза цены, в предположении что такой прогноз соответствует нормальному распределению $N(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$. (см. Приложение 2)

- 4.2 Определение стоимости облигации на дату $t+1$ $N(\hat{y}_i(t+1), \sigma_i(t+1)^2)$ осуществляется рекуррентно на основе информации о рассчитанном на предыдущем этапе прогнозного значения $N(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$. Возможны две принципиально различные ситуации:
- в течение $t+1$ торгового дня отсутствовали биржевые сделки с облигацией;
 - в течение $t+1$ торгового дня имеются биржевые сделки с облигацией.

- 4.3 Для случая, когда в течение анализируемого дня биржевые сделки с облигацией отсутствовали, связь параметров распределений прогнозов задается моделью экстраполяции индексов для дискретного времени:

$$\begin{cases} \hat{y}_i(t+1) = \hat{y}_i(t) + \gamma(I(t+1) - I(t)) + \alpha(\hat{y}_i(t) - \beta^0 - \beta^1 I(t)) \\ \sigma_i(t+1)^2 = (1 + \alpha)^2 \sigma_i(t)^2 + (\sigma_i^\gamma)^2 \end{cases}$$

- 4.4 В случае, когда в течение торгового дня совершались биржевые сделки с облигацией, прогноз на конец торгового дня осуществляется с учетом информации об этих сделках. Пусть $\{\tau_j\}_{j=1}^{N_i}$ совокупность моментов времени внутри одного торгового дня $t+1$, когда происходили сделки $\{\tilde{y}_i(\tau_j); s_i(\tau_j); V_i(\tau_j)\}_{j=1}^{N_i}$

где

$\tilde{y}_i(\tau_j)$ - спред к базовой доходности сделки;

$s_i(\tau_j)$ - торговый спред (в терминах доходности) в момент начала реализации сделки;

$V_i(\tau_j)$ - объем сделки (в количестве бумаг).

На момент времени τ_0 (конец предыдущего торгового дня) уже известны параметры распределения прогноза, который соответствует нормальному распределению $N(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$. Тогда параметры прогноза $N(\hat{y}_i(\tau_{j+1}-0), \sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2)$ на момент времени τ_{j+1} без учета информации о параметрах сделки в момент времени τ_{j+1} по определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(\tau_{j+1}-0) &= e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)} \hat{y}_i(\tau_0) + \gamma(I'' - I') \frac{1 - e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}}{1 - e^{\lambda}} + (1 - e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}) (\beta^0 + \beta^1 I') + \\ & (I'' - I') \beta^1 \left(\tau_{j+1} - \tau_j - \frac{1 - e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}}{1 - e^{\lambda}} \right), \\ \sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2 &= e^{2\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)} \sigma_i(\tau_j)^2 + \frac{1 - e^{2\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}}{1 - e^{2\lambda}} \sigma_i^\gamma. \end{aligned}$$

- 4.5 Для того, чтобы учесть информации о параметрах сделки в момент времени τ_{j+1} , в прогнозе на этот же момент времени используется принцип фильтра Калмана, величина стандартного отклонения ошибки $\tilde{\sigma}_i(\tau_j)$ в котором задается мерой достоверности сделки (см. раздел 3 Метод рыночных цен).

- 4.6 В наблюдаемый момент τ_{j+1} спред $\tilde{y}_i(\tau_{j+1})$ связан с реальным, но неизвестным значением справедливого спреда соотношением:

$$\tilde{y}_i(\tau_{j+1}) = y_i(\tau_{j+1}) + \psi, \text{ где } \psi \sim N(0, \tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^2).$$

Характеристика точности сделки $\tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})$ рассчитывается по формуле:

$$\tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1}) = \rho q_i(\tau_{j+1}).$$

где ρ^6 - параметр, который связывает точность сделки $\tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})$ мерой достоверности $q_i(\tau_{j+1})$.

Прогноз спреда, полученный на основе фильтра Калмана имеет распределение $N(\hat{y}_i(\tau_{j+1}), \tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^2)$.

Таким образом, на основе модели коррекции ошибки мы знаем (без учета информации о сделке), что распределение прогноза спреда $N(\hat{y}_i(\tau_{j+1}-0), \sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2)$, а фильтр Калмана (учитывающий информацию о сделке) позволяет утверждать, что прогноз имеет распределение $N(\hat{y}_i(\tau_{j+1}), \tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^2)$.

- 4.7 Итоговое распределение прогноза на момент времени τ_{j+1} получается путем усреднения двух распределений прогноза спреда, полученных на основе модели экстраполяции индексов $N(\hat{y}_i(\tau_{j+1}-0), \sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2)$ (уравнения из п.4.4), и на основе совершенных сделок с учетом фильтра Калмана $N(\tilde{y}_i(\tau_{j+1}), \tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^2)$ (уравнения из п 4.6). Усредненное распределение прогноза $N(\hat{y}_i(\tau_{j+1}), \sigma_i(\tau_{j+1})^2)$ будет иметь следующие параметры:

$$\hat{y}_i(\tau_{j+1}) = \frac{\sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2}{\sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2 + \tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^2} z \tilde{y}_i(\tau_{j+1}) + \frac{\tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^2}{\sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2 + \tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^2} z \hat{y}_i(\tau_{j+1}-0),$$

$$\sigma_i(\tau_{j+1})^2 = (\sigma_i(\tau_{j+1}-0)^{-2} + \tilde{\sigma}_i(\tau_{j+1})^{-2})^{-1}$$

- 4.8 Исходя из полученных рекуррентных соотношений, определяются параметры распределения прогноза на момент времени τ_{N_i} , т.е. на последний момент внутри $t+1$ торгового дня, когда была совершена биржевая сделка с облигацией.
- 4.9 Используя модель экстраполяции индексов, определяются параметры итогового распределения прогноза $N(\hat{y}_i(t+1), \sigma_i(t+1)^2)$, исходя из параметров распределения прогноза $N(\hat{y}_i(\tau_{N_i}), \sigma_i(\tau_{N_i})^2)$:

$$\hat{y}_i(t+1) = e^{\lambda(t+1-\tau_{N_i})} \hat{y}_i(\tau_{N_i}) + \gamma(I'' - I') \frac{1 - e^{\lambda(t+1-\tau_{N_i})}}{1 - e^{\lambda}} + (1 - e^{\lambda(t+1-\tau_{N_i})})(\beta_i^0 + \beta^1 I')$$

$$+ (I'' - I') \beta^1 \left(t + 1 - \tau_j - \frac{1 - e^{\lambda(t+1-\tau_{N_i})}}{1 - e^{\lambda}} \right)$$

$$\sigma_i(t+1)^2 = e^{2\lambda(t+1-\tau_{N_i})} \sigma_i(\tau_{N_i})^2 + \frac{1 - e^{2\lambda(t+1-\tau_{N_i})}}{1 - e^{2\lambda}} (\sigma_i^y)^2$$

- 4.10 На основе полученного распределения $(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$ прогноза спреда на анализируемую дату t , определяется справедливая стоимость облигации. В случае, когда облигация не содержит

⁶ Процедура оценки параметра ρ описана в приложении 3

встроенных опционов, справедливая стоимость $P_i^2(t)$ на основе метода экстраполяции индекса определяется соотношением:

$$P_i^2(t) = \frac{100}{\text{Nom}} \sum_k \frac{CF_k}{\left(1 + G(t, Du_i(t)) + \hat{y}_i(t)\right)^{t_k}} - A,$$

где A – накопленный купонный доход (НКД) облигации, выраженный в процентах от ее номинальной стоимости,

Nom – непогашенная часть номинальной стоимости облигации,

k – порядковый номер денежного потока,

CF_k - k -й денежный поток по облигации - включает купонные, амортизационные платежи, погашение остаточной номинальной стоимости (для облигаций с плавающей ставкой купона величина купонных платежей приравнивается величине последнего известного купона),

$Du_i(t)$ – дюрация облигации,

$G(\cdot)$ – кривая базовых доходностей,

t_k – срок до даты -го денежного потока в годах.

4.11 Справедливая стоимость ипотечных ценных бумаг со смешанным ипотечным покрытием и переменным купоном определяется согласно Ценовой конвенции для ипотечных ценных бумаг ДОМ.РФ (п.13.13), при использовании расчетного значения спреда, определенного в п 4.7 настоящей Методики.

4.12 Точность оценки справедливой стоимости облигации по аналогии с оценкой точности в модели фактических цен определяется соотношением:

$$\tilde{R}_i^2(t) = 2k_\theta \sigma_i(t) \frac{Du_i(t)}{1 + G(t, Du_i(t)) + \hat{y}_i(t)}$$

Именно данная величина формализует понятие активности торгов. Если $R_i^2(t) \leq R_{\max}$, то точность оценки справедливой стоимости на основе торговой информации приемлемая, что означает, что активность торгов достаточная.

Исходя из того, что Ценовой центр планирует публиковать справедливые стоимости облигаций не чаще чем один раз в день, то интервал возможного изменения цен должен включать в себя возможные внутридневные флуктуации цены между моментами публикации данных Ценового центра. Исходя из этих соображений, точность метода экстраполяции индексов должна быть ограничена внутридневной волатильностью σ_i^y :

$$R_i^2(t) = 2k_\theta \max\{\sigma_i(t); \sigma_i^y\} \frac{Du_i(t)}{1 + G(t, Du_i(t)) + \hat{y}_i(t)}$$

5. Метод факторного разложения цены

5.1 Метод факторного разложения цены применяется для определения стоимости облигаций в тех случаях, когда методы оценки справедливых цен, основанные на статистике торгов соответствующей бумаги или не применимы, или их точность неудовлетворительна.

- 5.2 В основе данного метода лежит модификация известной модели⁷ нобелевского лауреата Ю. Фамы и его соавтора К. Френча. Данная модель предполагает, что z-спред i –ой облигации в момент времени t можно представить в виде взвешенной суммы ряда факторов, которые или характеризуют общую конъюнктуру рынка облигаций, или отражают некоторые специфические характеристики эмиссии. При этом ценовая информация торгов анализируемой бумаги в явном виде не учитывается.
- 5.3 Для расчета z-спредов в рамках оценки коэффициентов факторной модели используется бескупонная кривая доходности государственных рублевых облигаций, рассчитываемая и публикуемая ПАО «Московская биржа».
- 5.4 Для оценки z-спред облигации используется модифицированная модель Фамы-Френча, представленная в виде следующего регрессионного соотношения:

$$z_i(t) = \beta_1 F_1(t) + \beta_2 F_2(t) + \beta_3 Risk_i^p(t) + \beta_4 1\{t - \tau_i < T\} + \beta_5 HHI_i(t) + \beta_6 IL_1^j(t) + \beta_7 IL_2^j(t) + \varphi + \varepsilon$$

где

φ, β_k, b –коэффициенты модели, требующие предварительного оценивания,

$F_1(t)$ -первый фактор Фамы-Френча, характеризующий наклон кривой базовых ставок;

$F_2(t)$ - второй фактор Фамы-Френча, характеризующий средний уровень кредитного риска облигаций;

$Risk_i^p(t)$ – фактор, характеризующий кредитный риск i –ой облигации;

τ_i - дата размещения i –ой облигации;

T – пороговый уровень для учета эффекта "on the run";

$HHI_i(t)$ – индекс Херфиндаля-Хиршмана для структуры владения облигацией;

$IL_1^j(t)$ - факторы, характеризующие ликвидность i –ой облигации ($j = 1, 2$), основанные на концепции вмененной ликвидности;

ε_i – ошибка регрессионной модели (случайная величина с распределением $N(0, \sigma^2)$).

- 5.5 Первый фактор Фамы-Френча, характеризующий наклон кривой базовых ставок, рассчитывается по формуле

$$F_1(t) = G(t, 10) - G(t, 1),$$

где $G(t, u)$ – базовая доходность в момент времени t на срок u.

- 5.6 Второй фактор Фамы-Френча, характеризующий средний уровень кредитного риска в сегменте корпоративных облигаций, рассчитывается по формуле

$$F_2(t) = RUCBTRNS(t) - G(t, 3),$$

где $G(t, u)$ – базовая доходность в момент времени t на срок u,

$RUCBTRNS(t)$ – индекс доходности корпоративных облигаций Московской Биржи.

- 5.7 Для оценки премии за кредитный риск $Risk_i(t)$ используются кредитные рейтинги (см. Приложение 5 Методики определения стоимости рублевых облигаций).

С каждой градацией G рейтинговой шкалы связана вероятность дефолта PD. При этом известно, что шкалы международных рейтинговых агентств устроены таким образом, что логарифм вероятности дефолта линейно связан с номером градации рейтинговой шкалы:

⁷ Fama, Eugene F.; French, Kenneth R. (1993). "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds". *Journal of Financial Economics* 33 (1): 3–56. doi:10.1016/0304-405X(93)90023-5).

$$\ln(PD) = a + bG$$

или $PD = \exp(a + bG)$,

где a и b – некоторые коэффициенты.

Пусть G_0 – «типичный» рейтинг российских эмитентов из корпоративного сектора рынка, тогда

$$\frac{PD}{PD_0} = e^{b(G-G_0)},$$

или

$$PD = PD_0 e^{b(G-G_0)},$$

где PD_0 – вероятность дефолта, свойственная рейтингу градации G_0 .

Как известно, грубой оценкой вероятности дефолта является спред облигации к базовой кривой процентных ставок, но величину спреда для «типичного» российского эмитента мы уже оценили – он равен второму фактору Фамы-Френча. Поэтому PD_0 с точностью до коэффициента пропорциональности задается величиной $F_2(t)$.

Следовательно, $PD \sim F_2(t) e^{b(G-G_0)} = F_2(t) e^{bG} e^{-bG_0}$.

Т.к. величина e^{-bG_0} является константой, то $PD \sim F_2(t) e^{bG}$.

Исходя из этих соображений и с учетом того, что премия за кредитный риск входит в факторную модель с точностью до коэффициента пропорциональности, а вероятность дефолта до погашения облигации примерно равна $Du_i * PD$, премию за кредитный риск предлагается определить по формуле:

$$Risk_i^b(t) = F_2(t) Du_i e^{bG},$$

где Du_i - дюрация облигации.

Включение в явном виде спреда в расчет премии за риск позволит учесть влияние фазы экономического цикла на данную величину.

Оценка величины коэффициента b производится в рамках оценки общей совокупности параметров регрессионной модели на основе алгоритма Левенберга — Марквардта.

- 5.8 Для рынка облигаций свойственен так называемый эффект "on the run", когда облигации с относительно небольшим сроком после размещения торгуются более активно, что влияет на их доходности.

Для учета этого эффекта в факторную модель была добавлена фиктивная переменная $1\{t - \tau_i < T\}$, принимающая значения 1 или 0 в зависимости от того, меньше или больше T дней прошло с момента размещения облигации.

Рекомендованное значение пороговой величины T - 120 торговых дней.

- 5.9 Оценка премии за ликвидность облигаций сопряжена с двумя принципиальными трудностями. Во-первых, вторичный рынок облигаций является преимущественно внебиржевым, поэтому весьма сложно собрать статистику по сделкам, которая бы характеризовала активность торгов отдельными бумагами. Во-вторых, даже если бы это удалось сделать, это не помогло бы существенно продвинуться в решении задачи оценки премии за ликвидность в силу структурных особенностей рынка рублевого долга⁸. В связи с этим в рамках данной Методики для оценки

⁸ Существенная доля выпущенных российскими эмитентами облигаций размещена «в одни руки», при этом владельцы таких эмиссий фактически не совершают с ними сделок на вторичном рынке, т.е. торговые обороты для таких бумаг отсутствуют. Вместе с тем этот факт не отменяет возможности того, что среди таких бумаг много ликвидных облигаций, которые можно в любой момент продать с минимальным дисконтом к их справедливой цене.

премии за ликвидность факторной модели используется концепция вмененной ликвидности⁹. Оценка вмененной ликвидности производится на основе информации о структуре владения тестовых эмиссий, рассчитанной исходя из актуальных остатков на депозитарных счетах ОА НРД.

Определение ликвидности инструмента производится в три этапа:

1. Определяются размеры долей тестовых эмиссий, выкупленных отдельными инвесторами.
2. Для каждого такого инвестора определяется средний уровень ликвидности его портфеля (как усреднение показателей ликвидности тестовых бумаг, полученных на первом этапе методики)
3. Рассчитывается показатель ликвидности произвольной облигации как средневзвешенная сумма показателей ликвидности портфелей инвесторов.

Таким образом, оценка ликвидности бумаги производится на основе оценок предпочтений ликвидности покупателей этой бумаги. Основное достоинство использования данного подхода оценки ликвидности заключается в том, что он позволяет стандартным образом получить устойчивые оценки ликвидности фактически всех обращающихся на внебиржевом рынке ценных бумаг вне зависимости от наличия или отсутствия ценовой информации об истории их торгов.

Формально описанная выше процедура осуществляется следующим образом. Пусть на рынке присутствует K инвесторов и нам необходимо оценить ликвидность N облигаций.

Обозначим через s_{ij} – объем (в денежном выражении) i -ой облигации, находящийся во владении у j -го инвестора.

Определим долю владения i -ой облигации j -ым инвестором по формуле:

$$w_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sum_{n=1}^K s_{in}}$$

Также определим долю портфеля j -ого инвестора, инвестированную в i -ую облигацию по формуле:

$$v_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sum_{n=1}^N s_{nj}}$$

Таким образом структуру владения облигаций будет описывать матрица:

$$W = (w_{ij})_{\substack{i=1,\dots,N \\ j=1,\dots,K}}$$

Структуру портфелей инвесторов будет описывать матрица:

$$V = (v_{ij})_{\substack{i=1,\dots,N \\ j=1,\dots,K}}$$

Элементы этих двух матриц должны обладать двумя очевидными свойствами:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^K w_{ij} &= 1 & , \text{ для любого } i; \\ \sum_{i=1}^N v_{ij} &= 1 & , \text{ для любого } j. \end{aligned}$$

⁹ см. Bushman, Robert, Anh Le and Florin Vasvari (2009). "Implied Bond Liquidity", Working Paper, University of North Carolina at Chapel Hill

Определим теперь средневзвешенную структуру портфелей инвесторов, инвестирующих в i -ую облигацию, где усреднение производится относительно структуры владения i -ой облигации. Данная усредненная структура будет задаваться величинами:

$$u_{ij} = \sum_{m=1}^K w_{im} V_{jm}$$

Нетрудно проверить, что так полученные коэффициенты структуры обладают необходимым свойством:

$$\sum_{j=1}^K u_{ij} = 1$$

Обозначим через $U = (u_{ij})_{\substack{i=1,\dots,N \\ j=1,\dots,K}}$ матрицу усредненных структур.

Заметим, что матрица U вычисляется по формуле:

$$U = WV^T, \text{ где } V^T \text{ -транспонированная матрица } V.$$

- 5.10 Естественным показателем ликвидности облигации является степень диверсифицированности структуры ее владения. Чем большее число инвесторов владеет бумагой, тем больше оснований считать ее ликвидной.

Степень диверсификации структуры владения для i -ой облигации можно оценить с помощью индекса¹⁰ Херфиндаля-Хиршмана, который определяется по формуле:

$$HHI_i = \sum_{j=1}^K w_{ij}^2$$

Заметим, что если облигация распределена равными долями между M инвесторами, то индекс Херфиндаля-Хиршмана для такой облигации примет значение равное $1/M$. Если же облигация сосредоточена в руках одного инвестора, то $HHI = 1$. Таким образом, чем меньше значение HHI , тем выше ликвидность облигации.

На основе индекса HHI определим еще один индекс концентрации HHI_i^δ по формуле:

$$HHI_i^\delta = 1\{HHI_i \geq \delta\}, \text{ где } 0 \leq \delta \leq 1$$

Как видно из определения HHI_i^δ он принимает всего два значения 1 или 0, в зависимости от того, выше или ниже порогового уровня δ индекс HHI_i . С учетом того, что данный индекс мы хотим использовать в качестве характеристики ликвидности облигаций, его значения следует интерпретировать, как то, является или не является анализируемая бумага неликвидной. В реальных расчетах предлагается положить $\delta = \frac{1}{4}$. Пороговый уровень для определения «неликвидности» в виде $\frac{1}{4}$ был выбран после обсуждения с экспертами рынка, которые согласились с тем, что бумага может быть ликвидной, если с ней совершают операции хотя бы 3 участника рынка.

¹⁰ См. Hirschman, Albert O. (1964). "The Paternity of an Index". The American Economic Review. American Economic Association. 54 (5): 761. JSTOR 1818582

Определим для каждой i -ой бумаги два индекса вмененной ликвидности, отражающих предпочтения по ликвидности инвесторов в соответствующую бумагу.

$$IL_i^1 = \sum_{j=1}^K u_{ij} \text{ННІ}_j$$

$$IL_i^2 = \sum_{j=1}^K u_{ij} \text{ННІ}_j^\delta$$

Первый индекс IL_i^1 показывает средний уровень значения индекса ННІ в портфеле «типичного» инвестора в i -ую облигацию.

Второй индекс IL_i^2 показывает средний уровень значения индекса ННІ_i^δ в портфеле «типичного» инвестора в i -ую облигацию. При этом его также можно интерпретировать как долю заведомо неликвидных бумаг (со значением $\text{ННІ}_i \geq \frac{1}{4}$) в портфеле «типичного» инвестора в i -ую облигацию.

Индекс ликвидности ННІ_i призван учесть при определении справедливой стоимости облигации является ли она активно торгуемой или относится к категории облигаций, размещённых «в одни руки». Индексы ликвидности IL_i^1 и IL_i^2 предназначены для того, чтобы учесть в модели ликвидность бумаг, размещённых «в одни руки».

- 5.11 Оценка коэффициентов φ , β_k , b в регрессионном уравнении из п. 5.4 производится на основе алгоритма Левенберга-Марквардта¹¹, который является обобщением метода наименьших квадратов и применяется в том случае, когда объясняемая переменная в регрессионном уравнении нелинейно зависит от коэффициентов модели (в нашем случае от коэффициента b). Оценивание параметров модели производится на основе статистики наблюдений торгуемых на бирже z -спредов¹² облигаций с использованием робастных методов оценивания⁴. При этом наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i :

$$\omega_i = Du_i(t)^2$$

где $Du_i(t)$ – дюрация i -ой облигации.

Использование таких коэффициентов регрессии позволяет обеспечить равномерную точность оценки стоимостей облигаций во всем диапазоне дюраций.

Действительно, если через z_i обозначить наблюдаемое значение спреда, а \hat{z}_i ее оценку, на основе факторной модели, то метод наименьших квадратов заключается в минимизации взвешенной суммы квадратов разностей:

$$\sum \omega_i (z_i - \hat{z}_i)^2$$

Откуда получаем, что

$$\sum \omega_i (z_i - \hat{z}_i)^2 = \sum (Du_i(z_i - \hat{z}_i))^2 \approx \sum \left(\frac{P_i - \hat{P}_i}{P_i} \right)^2$$

где P_i и \hat{P}_i - наблюдаемые и оцененные на основе факторной модели стоимости облигаций.

¹¹ См. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация = Practical optimization. — М.: Мир, 1985.

¹² В целях оценки регрессионных коэффициентов используются средневзвешенные цены за день

Именно использование весов ω_i позволяет нам обеспечить одинаковую точность оценки стоимостей для всех облигаций, которая характеризуется стандартным отклонением σ оцениваемой по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum \omega_i (z_i - \hat{z}_i)^2}{n}$$

где n - количество наблюдений в выборке, на основе которой оцениваются коэффициенты регрессии.

- 5.12 После того как мы произвели оценку спреда облигации на основе соотношения из п. 5.4 мы можем определить справедливую стоимость $P_i^*(t)$ облигации в соответствии с методом факторного разложения цены по формуле:

$$P_i^*(t) = \frac{100}{Nom} \sum_k \frac{CF_k}{(1 + G(t, t_k) + \hat{z}_i(t))^{t_k}} - A$$

где A – накопленный купонный доход (НКД) облигации, выраженный в процентах от ее номинальной стоимости,

Nom – непогашенная часть номинальной стоимости облигации,

k – порядковый номер денежного потока,

CF_k - k -й денежный поток по облигации - включает купонные, амортизационные платежи, погашение остаточной номинальной стоимости (для облигаций с плавающей ставкой купона величина купонных платежей приравнивается величине последнего известного купона),

$G(\cdot, \cdot)$ – кривая базовых доходностей,

t_k – срок до даты -го денежного потока в годах.

- 5.13 Справедливая стоимость ипотечных ценных бумаг со смешанным ипотечным покрытием и переменным купоном определяется согласно Ценовой конвенции для ипотечных ценных бумаг ДОМ.РФ (п.13.13), при использовании расчетного значения z-спреда, определенного в п 5.4 настоящей Методики.
- 5.14 Предложенный алгоритм определения справедливой стоимости $P_i^*(t)$ облигаций допускает возможность возникновения систематической ошибки смещения цены относительно его справедливого значения, что может быть обусловлено неполным соответствием фиктивных переменных в регрессионном уравнении из п.5.4 реальной специфике облигации. Следствием наличия такой систематической ошибки могут быть нелогичные «скачки» справедливой оценки стоимости облигации при переходе от использования метода экстраполяции индексов к методу факторного разложения цены.

Для того чтобы исключить данную системную ошибку в оценке стоимости облигации предлагается итоговую стоимость облигации, оцениваемую на основе метода факторного разложения цены, рассчитывать с учетом корректировки по формуле:

$$P_i^3(t) = P_i^*(t) + \mu_i(t) \delta_i(t)$$

где $\mu_i(t)$ – оценка среднего значения разности $P_i^*(t) - P_i^2(t)$, а $\delta_i(t)$ индикаторная функция, принимающая значения 1 или 0 в зависимости от того, является ли оценка $\mu_i(t)$ значимой или нет, соответственно.

Оценка величины $\mu_i(t)$ производится методом экспоненциального скользящего среднего на основе следующего рекуррентного алгоритма.

Пусть

$$\delta_i(t) = \begin{cases} 1, & P_i^2(t) \text{ определено} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$n_i(t) = q n_i(t-1) + \mathbf{1}_i(t)$$

$$s_i(t) = q s_i(t-1) + \mathbf{1}_i(t) (P_i^*(t) - P_i^2(t))$$

$$d_i(t) = q \left(d_i(t-1) + \mathbf{1}_i(t) \frac{s_i(t-1) - n_i(t-1) (P_i^*(t) - P_i^2(t))^2}{n_i(t-1) n_i(t)} \right)$$

Тогда

$$\mu_i(t) = s_i(t) / n_i(t)$$

где

q – параметр «памяти» экспоненциального скользящего среднего ($0 < q < 1$),

$$n_i(0) = 1,$$

$$s_i(0) = 0.$$

Определение значения индикаторной функции $\delta_i(t)$ производится на основе распределения Стьюдента, а именно

$$\delta_i(t) = \begin{cases} 1, & 2 F_t \left(- \left| \frac{s_i(t)}{\sqrt{d_i(t) \frac{n_i(t)}{n_i(t-1)}}} \right|, n_i(t) - 1 \right) < \theta \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

где $F_t(x, n)$ - функция распределения Стьюдента с n степенями свободы.

- 5.15 Точность оценки справедливой стоимости облигации на основе факторного разложения цены определяется соотношением:

$$R_1^3(t) = 2k_\theta \sigma \quad .$$

где

k_θ - квантиль стандартного нормального распределения уровня $\frac{1}{2}(\theta + 1)$, т.е. $\frac{1}{2}(\theta + 1) =$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{k_\theta} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \quad .$$

Приложение 1

Параметры, согласованные Методической рабочей группой

1. Критерии формирования пула репрезентативных ИЦБ для выпуска: средняя дата выдачи кредита (винтаж) VN в соответствии с залладными или обязательствами, включенными в обеспечение, WAC и WAM .
2. Для каждого критерия CR вычисляется максимальное значение критерия по оцениваемым бумагам CR_{max} и минимальное значение критерия по оцениваемым бумагам CR_{min} . Для определения репрезентативных ИЦБ используются взвешенные значения критериев:

$$\overline{CR} = \frac{CR - CR_{min}}{CR_{max}}.$$

3. Для каждого выпуска ИЦБ подбираются 3 ближайших выпуска в соответствии с п. 1 и п. 2 настоящего Приложения по метрике близости бумаги k к оцениваемой:

$$\text{dist}_k = \sqrt{\sum_{n=1}^3 (\overline{CR}_n^k - \overline{CR}_n)^2}.$$

Ставки $\widehat{CPR}_{market,j}$ и $\widehat{CDR}_{market,j}$ (п. 2.3.6) определяется как простое среднее по этим выпускам.

Приложение 2

Дополнительные параметры, рассчитываемые Ценовым центром НРД на основании предыдущих версий Методики определения стоимости рублевых облигаций

Для метода экстраполяции индексов

Расчет параметров для каждого уникального индекса осуществляется по всему имеющемуся набору наблюдений, которые отнесены к данному индексу, вне зависимости от того, к какому индексу относится облигация на момент расчета. При этом для конечного расчета цены используются коэффициенты того индекса, к которому было отнесено последнее наблюдение по данному инструменту.

Модель коинтеграции определяет долгосрочное равновесие между значениями доходности облигации и свойственным ей индексом доходности и задается следующим уравнением:

$$y_i(t) = \beta_i^0 + \beta^1 I(t) + \varepsilon_i(t),$$

где y_i – спред i -ой облигации к безрисковой ставке, который рассчитывается по формуле:

$$y_i(t) = Y_i(t) - G(t, Du_i(t));$$

$Y_i(t)$ - доходность i -ой облигации по средневзвешенной цене за день;

$G(t, Du_i(t))$ - значение ставки кривой бескупонной доходности рынка государственных облигаций;

$Du_i(t)$ – дюрация i -ой облигации;

$I(t)$ – спред облигационного индекса $\tilde{I}(t)$ к безрисковой ставке, который рассчитывается по формуле:

$$I(t) = \tilde{I}(t) - G(t, Du_I(t));$$

$Du_I(t)$ – дюрация индекса $\tilde{I}(t)$;

β_i^0 и β^1 коэффициенты модели (коэффициент β^1 одинаков для всех облигаций, связанных с индексом $\tilde{I}(t)$)

$\varepsilon_i(t)$ – стационарный процесс.

Для каждой i -ой облигации определяется волатильность σ_i ее доходности по формуле:

$$(\sigma_i)^2 = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} \frac{(y_i(\tau_i^{j+1}) - y_i(\tau_i^j))^2}{\tau_i^{j+1} - \tau_i^j} \quad (1)$$

где M_i – количество дней из 250 предыдущих торговых сессий, когда на бирже совершались сделки с i -ой облигацией,

$\{\tau_i^j\}_{j=1}^{M_i}$ – множество дней из 250 предыдущих торговых сессий, когда совершались сделки с i -ой облигацией.

Оценка коэффициентов β_i^0 и β^1 производится методом наименьших квадратов для регрессионного уравнения с использованием робастных методов оценивания¹³:

$$\frac{y_i(t)}{\sigma_i} = \sum_j \beta_j^0 \frac{1\{i=j\}}{\sigma_i} + \beta^1 \frac{I(t)}{\sigma_i} + \varepsilon_i(t) \quad (2)$$

Наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i :

$$\omega_i = Du_i(t),$$

где $Du_i(t)$ – дюрация i -ой облигации.

Модель коррекции ошибок определяет краткосрочную взаимосвязь между доходностями облигаций и облигационными индексами и для дискретного времени t (где t – день) задается уравнением:

$$y_i(t+1) - y_i(t) = \gamma(I(t+1) - I(t)) + \alpha \varepsilon_i(t) + v_i(t+1),$$

где $\varepsilon_i(t) = y_i(t) - \beta_i^0 - \beta^1 I(t)$,

$v_i(t)$ – нормально распределенные независимые случайные величины с нулевым средним и стандартным отклонением σ_i^v , т.е. $v_i(t) \sim N(0, (\sigma_i^v)^2)$.

Оценки параметров γ , α и σ получаются из регрессионного уравнения (3) методом наименьших квадратов с использованием робастных методов оценивания:

$$\frac{y_i(t+1) - y_i(t)}{\sigma_i} = \gamma \frac{I(t+1) - I(t)}{\sigma_i} + \alpha \frac{\varepsilon_i(t)}{\sigma_i} + \tilde{v}_i(t+1) \quad (3)$$

где $\tilde{v}_i(t+1)$ – независимые, одинаково распределенные случайные величины, $\tilde{v}_i(t) \sim N(0, \sigma^2)$;

в качестве оценки σ_i^v используется величина $\sigma_i^v = \sigma \sigma_i$;

Наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i :

$$\omega_i = Du_i(t),$$

где $Du_i(t)$ – дюрация i -ой облигации.

Построение прогноза значений спредов $y_i(t)$ на произвольное целое количество дней вперед при условии наличия информации о значениях индекса $I(t)$ в соответствующие дни задается рекуррентным образом через значение прогноза на предыдущую дату следующей формулой:

$$\hat{y}_i(t+1) = \hat{y}_i(t) + \gamma(I(t+1) - I(t)) + \alpha(\hat{y}_i(t) - \beta_i^0 - \beta^1 I(t)) \quad (4)$$

при этом прогнозная величина будет иметь нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией $\sigma_i(t+1)^2$, которая вычисляется рекуррентным образом через дисперсию прогноза на предыдущем шаге:

$$\sigma_i(t+1)^2 = (1 + \alpha)^2 \sigma_i(t)^2 + (\sigma_i^v)^2 \quad (5)$$

$$\text{т.е. } y_i(t+1) \sim N(\hat{y}_i(t+1), \sigma_i(t+1)^2).$$

¹³ Процедура робастного оценивания регрессионной модели представляет собой итерационный алгоритм цензурирования данных. На каждом шаге алгоритма методом наименьших квадратов рассчитываются коэффициенты регрессии по неотсеянным данным, после чего для всех наблюдений оцениваются ошибки модели. Наблюдения, для которых величина ошибки превышает $2.795 \cdot \sigma$ (где σ – стандартное отклонение ошибки модели) исключаются из рассмотрения при оценке параметров модели на следующем шаге. Алгоритм цензурирования останавливается, если на очередном шаге не происходит отсеивания наблюдений

Прогнозы спреда облигации на дробное количество периодов задается формулой для Снеперывного времени:

$$dy_i(t) = g dI(t) + \lambda(y_i(t) - b_i^0 - b^1)dt + \sigma_i^w dW(t),$$

где $W(t)$ – броуновское движение.

SS

$$\begin{aligned} \lambda &= \ln(1 + \alpha), \\ b_i^0 &= \beta_i^0, b^1 = \beta^1, \\ g &= \beta^1 + \frac{\lambda}{\alpha}(\gamma - \beta^1), \\ \sigma_i^w &= \sqrt{\frac{-2\lambda}{1 - \exp(2\lambda)}} \sigma_i^y. \end{aligned}$$

Прогноз спреда и волатильности облигации на основе модели коррекции ошибки с непрерывным временем рассчитывается по следующим формулам: для любого момента времени t внутри того же торгового дня, но лежащего после t_0 , т.е. $t > t_0$, прогноз спреда будет задаваться следующими рекуррентными соотношениями:

$$\hat{y}_i(t) = e^{\lambda(t-t_0)} \hat{y}_i(t_0) + \gamma(I'' - I') \frac{1 - e^{\lambda(t-t_0)}}{1 - e^\lambda} + (1 - e^{\lambda(t-t_0)}) (\beta_i^0 + \beta^1 I(t_0)) + (I'' - I') \beta^1 \left(t - t_0 - \frac{1 - e^{\lambda(t-t_0)}}{1 - e^\lambda} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_i(t)^2 = e^{2\lambda(t-t_0)} \sigma_i(t_0)^2 + \frac{1 - e^{2\lambda(t-t_0)}}{1 - e^{2\lambda}} (\sigma_i^y)^2 \quad (6)$$

где $\hat{y}_i(t_0)$ и $\sigma_i(t_0)$ уже оцененные значения среднего стандартного отклонения для прогноза спреда на момент времени t_0 (t_0 находится внутри некоторого торгового дня);

I' и I'' – значения соответствующего оцениваемой облигации индекса на начало и конец дня расчета (значение индекса на начало дня приравнивается к значению индекса на конец предыдущего торгового дня),

$$I(t_0) = I' + \frac{t_0 - t'}{t'' - t'} (I'' - I'),$$

t' , t'' - время начала и конца торговой сессии, соответственно.

Прогноз спреда на момент времени t облигации будет являться нормально распределенной случайной величиной $y_i(t) \sim N(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$

Приложение 3

Порядок оценки параметра ρ

Для того, чтобы организовать процедуру оценки параметра ρ заметим следующий факт. Если в некоторый момент времени t мы наблюдаем котировку облигации $\tilde{y}_i(t)$, то она войдет в расчет справедливой стоимости (спреда) согласно формуле (*) с весом

$$\frac{\sigma_i(t-0)^2}{\sigma_i(t-0)^2 + \tilde{\sigma}_i(t)^2} = \frac{1}{1 + \frac{\tilde{\sigma}_i(t)^2}{\sigma_i(t-0)^2}} = \frac{1}{1 + \left(\rho \frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)^2} = \frac{1}{1 + \exp\left(2\ln(\rho) + 2\ln\left(\frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)\right)}.$$

При этом вспомним, что для каждой котировки у нас есть критерий для проверки ее достоверности (соответствия условиям эффективного рынка) на основе сравнения величины $q_i(t)$ с пороговым значением $Q_i(t)$.

Если котировка является достоверной, то естественно ожидать, что она должна входить в расчет справедливой стоимости с весом близким к 1, и 0 в противном случае, т.е.

$$\frac{1}{1 + \exp\left(2\ln(\rho) + 2\ln\left(\frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)\right)} \approx 1\{q_i(t) < Q_i(t)\}.$$

Полученное соотношение является вариантом логистической регрессии

$$Y = \frac{1}{1 + \exp(a + bX)}$$

где $a = 2\ln(\rho)$, $b = 2$, $Y = 1\{q_i(t) < Q_i(t)\}$, $X = \ln\left(\frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)$.

Оценив параметры логистической регрессии по выборке наблюдаемых котировок облигации получаем, что $\rho = e^{\frac{a}{2}}$