Приложение к
приказу НКО АО НРД
от «21» февраля 2018 года № 37

«СОГЛАСОВАНО»
Экспертным Советом
Ценового Центра НКО АО НРД
(протокол 13 от «20» февраля 2017 года)

Методика определения стоимости рублевых облигаций

1. Общие положения

1.1 Настоящая Методика устанавливает количественный способ определения стоимости облигаций, в том числе расчетной цены для целей финансовой отчетности и внутренней переоценки портфеля, а также для оценки стоимости финансовых инструментов, в том числе для облигаций, принимаемых в обеспечение при проведении операций РЕПО, сделок с производными финансовыми инструментами и иных операций. Методика предназначена для оценки обычных необеспеченных купонных и бескупонных облигаций. Методика не предназначена для оценки ипотечных облигаций, облигаций, выпущенных под залог активов (обеспеченных) и облигаций с плавающим купоном (купонная ставка привязана к индексу). Некритическое использование данной методики может приводить к некорректным, как правило, недооцененным значениям показателей потенциальных потерь портфеля ценных бумаг.

1.2 Настоящая Методика устанавливает обобщенный количественный способ определения стоимости рублевых облигаций с простой структурой денежных потоков (plain vanilla) без обеспечения, выпущенных российскими эмитентами, и имеющих кредитный рейтинг долгосрочной кредитоспособности по международной рейтинговой шкале хотя бы одного из трех ведущих международных рейтинговых агентств[1].

1.3 Для оценки стоимости выпусков со сложной структурой денежных потоков (амортизируемые ипотечные облигации, облигации с привязкой к индексу с плавающей ставкой и проч.) необходимо использовать методы прогнозирования будущих платежей облигаций. Применение таких методов в настоящей Методике не предполагается.

1.4 Определенная в соответствии с данной Методикой стоимость облигаций предназначены, прежде всего, для использования в нуждах подготовки финансовой отчетности, а также для оценки облигаций, принимаемых в обеспечение при сделках междилерского РЕПО и РЕПО с Банком России. Методика не предназначена для определения цен облигаций в нуждах риск-менеджмента в той его части, где требуется анализировать волатильности финансовых инструментов, т.к. определяемые значения справедливых стоимостей облигаций не включают в себя специфичности волатильности облигаций относительно общей волатильности рынка.

1.5 Рассчитанная в соответствии с настоящей Методикой стоимость облигации призвана с определенным уровнем достоверности определить справедливую стоимость, под которой понимается такая стоимость на определенную дату, по которой данную облигацию можно реализовать при совершении сделки между хорошо осведомленными, желающими совершить такую сделку и независимыми друг от друга сторонами (условия эффективного рынка). Определение стоимости облигации производится без учета влияния на нее объема совершаемой контрагентами сделки. Учет влияния ликвидности инструментов на оценку финансовых инструментов является самостоятельной задачей, выходящей за рамки данной Методики. Таким образом, под справедливой стоимостью облигации понимается ее стоимость при совершении сделки минимального объема в условиях эффективного рынка

[1] Используются рейтинги "Standard & Poor's", "Fitch Ratings" либо "Moody's Investors Service", присвоенные эмиссии, эмитенту или юридическому лицу, поручительством или гарантией которого полностью обеспечено исполнение обязательств оцениваемой облигации.

1.6 Методика основана на принципах, изложенных в Международном стандарте финансовой отчетности МСФО (IFRS) 13 «Оценка справедливой стоимости», и использует иерархию подходов к определению справедливой стоимости, отдавая приоритет наблюдаемым рыночным данным. В соответствии с данным стандартом, если для облигации существует активный рынок, то для определения справедливой стоимости используются биржевая информация о котировках и сделках. В случае отсутствия активного рынка оценка стоимости облигации производится на основе факторной модели.

1.7 По решению Экспертного Совета создается Методическая рабочая группа, в чьи обязанности входит подготовка предложений Экспертному Совету по изменению методики и значений параметров, представленных п 2.2

1.8 Члены Методической Рабочей группы обладают правом вносить предложения по составу Рабочей группы и готовить предложения Экспертному Совету по изменению Методики.

В состав Методической Рабочей группы входят представители рабочей группы НРД по разработке данной Методики, специалисты ПАО Московская биржа и независимые эксперты. Персональный состав Экспертной группы утверждается Экспертным Советом Ценового Центра НРД.

Пересмотр параметров, представленных в прил. 2, осуществляется не реже одного раза в квартал.

Термины и определения, не установленные в Методике, применяются в значениях, установленных внутренними документами НКО АО НРД, документами, регламентирующими порядок проведения торгов и расчета информационных показателей в ПАО Московская биржа, а также нормативными правовыми актами Банка России, законами и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации.

1.9 Настоящая Методика, а также все изменения и дополнения в нее утверждаются Председателем Правления НКО АО НРД при согласовании с Экспертным Советом и вступают в силу с даты, определяемой решением Председателем Правления НКО АО НРД.

1.10 Информация об утверждении и вступлении в силу Методики, а также изменений и дополнений в нее раскрывается на сайте НКО АО НРД не позднее, чем за 2 недели до даты вступления их в силу.

2. Порядок оценки стоимости облигаций

2.1. Определение стоимости $P_i\ (t)$ для i −ой облигации в день t и интервала допустимых значений цены $[D_i\ (t); U_i\ (t)]$ основывается на применении каскада из трех методов:

1) метод фактических цен;
2) метод экстраполяции индексов;
3) метод факторного разложения цены.

Каждый из трех методов предполагает расчет на его основе справедливой стоимости:

$$P_i^j(t),\quad j = 1,2,3\ ,$$

а также интервала допустимых значений цены:

$$[D_i^j(t); U_i^j(t)],\ j = 1,2,3\ .$$

Выбор одного из трех методов для определения справедливой цены обусловлен степенью достоверности ценовой информации по сделкам, совершаемым с данной бумагой на биржевой площадке.

Метод фактических цен применим в том случае, если в течение дня t на бирже были совершены сделки с данной облигацией, параметры которых свидетельствуют в пользу их достоверности (надежности). Под достоверностью сделки понимается соответствие ее условиям эффективного рынка. В такой ситуации справедливая стоимость облигации определяется равной средневзвешенной цене достоверных сделок.

Метод экстраполяции индекса применяется в ситуации, когда в течение дня t на бирже не было сделок, которые можно признать достоверными, однако в относительно недавнем прошлом такие сделки были зафиксированы, что позволяет, сопоставив их параметры со значениями облигационных индексов на момент времени t, определить справедливую стоимость облигации с допустимой точностью.

Метод факторного разложения цены применяется в ситуации, когда не применим ни один из первых двух методов. В такой ситуации справедливая стоимость облигации определяется как сумма базовой процентной ставки и ряда дополнительных факторов, характеризующих особенности данной эмиссии или эмитента (кредитный риск, ликвидность, отрасль), а также общерыночную конъюнктуру. При этом ценовая информация о сделках с данной облигацией не используется.

2.2. Для определения формализованных правил выбора метода определения справедливой цены необходимо задать следующие управляющие параметры Методики:

- θ- доверительная вероятность, определяющая интервалы допустимых значений справедливых цен (рекомендуется положить $\theta = 0{,}95$);

- K_{min}- минимальное количество сделок с облигацией в течение предыдущих 250 торговых дней необходимых для возможности применения 1-го и 2-го методов (рекомендуется положить $K_{min} = 50$);

- R_{max}- максимальная погрешность, с которой может определяться справедливая стоимость облигации в рамках данной Методики. Данный показатель ограничивает в процентном выражении максимально допустимое отклонение оценки справедливой цены от ее реального значения, а именно задает максимальную допустимую величину интервалов цен, т.е.

$$\frac{U_i\ (t)-D_i\ (t)}{P_i\ (t)} \le R_{max} \quad .$$

Рекомендуемое значение параметра $R_{max} - 0{,}01$.

2.3. Границы интервалов допустимых значений цен для каждого из трех методов задаются с помощью максимального значения отклонения оценки справедливой цены от его среднего значения (рассчитанной стоимости облигации):

$$D_i^j(t) = P_i^j(t)\left(1 - \frac{1}{2}R_i^j(t)\right),$$

$$U_i^j(t) = P_i^j(t)\left(1 + \frac{1}{2}R_i^j(t)\right),$$

где $R_i^j(t) = \frac{U_i^j(t)-D_i^j(t)}{P_i^j(t)}$ – точность оценки справедливой цены на основе j- го метода.

2.4. Для формализации правил выбора метода при определении стоимости облигации определяются две вспомогательные переменные, характеризующие достоверность биржевых котировок облигации.

$K_i\ (t) -$ количество биржевых сделок с облигацией за предыдущие 250 торговых дней, $q_i\ (t)$ – характеристика достоверности котировки в момент времени t, $Q_i\ (t)$ – пороговый уровень достоверности котировки, необходимый для признания ее достоверной, т.е. котировка достоверна, если $q_i\ (t) \le Q_i\ (t)$. Точное определение величин $q_i\ (t)$ и $Q_i\ (t)$ будет дано в разделе 4.

2.5. Выбор метода определения справедливой цены облигации и интервала допустимых значений цен производится на основе следующих правил:

I. метод фактических цен применяется, если $K_i\ (t) \ge K_{min}$ и в день t имеется биржевая котировка, для которой $q_i\ (t) \le Q_i\ (t)$;

II. метод экстраполяции индексов применяется, если одновременно метод фактических цен **не применим**, $K_i\ (t) \ge K_{min}$ и $R_i^2(t) \le R_{max}$;

III. метод факторного разложения цены применяется, если одновременно не применим ни метод фактических цен, ни метод экстраполяции индексов.

3. Модель взаимосвязи цен облигаций с облигационными индексами

3.1 В основу модели оценки справедливых цен облигаций на основе торговой статистики предлагается положить модель коинтеграции временных рядов и модель коррекции ошибки, которые были предложены[2] нобелевскими лауреатами Р. Энглом и К. Грейнджером, состоящая в прогнозировании индивидуального поведения отдельных инструментов с учетом информации о том, как они в прошлом двигались относительно всего рынка.

3.2 В качестве аппроксимации широкого рынка используются облигационные индексы (индексы доходностей), которые на ежедневной основе рассчитывает[3] ПАО Московская биржа. Выбор конкретных индексов для использования в модели коинтеграции определяется решением Методической Рабочей группы. Привязка облигаций к конкретным индексам производится в рамках сопоставления следующих характеристик финансовых инструментов:

- дюрация
- уровень кредитного качества (кредитный рейтинг)

Таким образом, каждой облигации, зная ее кредитный рейтинг (при отсутствии рейтинга эмиссии берется рейтинг гаранта или эмитента) и дюрацию для каждого торгового дня присваивается соответствующий ей индекс доходности $\tilde{I}(t)$[4].

3.3 Расчет параметров для каждого уникального индекса осуществляется по всему имеющемуся набору наблюдений, которые отнесены к данному индексу, вне зависимости от того, к какому индексу относится облигация на момент расчета. При этом для конечного расчета цены используются коэффициенты того индекса, к которому было отнесено последнее наблюдение по данному инструменту.

3.4 Модель коинтеграции определяет долгосрочное равновесие между значениями доходности облигации и свойственным ей индексом доходности и задается следующим уравнением:

$$y_i\ (t) = \beta_i^0 + \beta^1 I(t) + \varepsilon_i\ (t)\ ,$$

где $\mathrm{y_i}$ $-$ спред $\mathrm{i}-$ой облигации к безрисковой ставке, который рассчитывается по формуле: $\mathrm{y_i\ (t) = Y_i\ (t) - G\left(t, Du_i\ (t)\right)}$;

$\mathrm{Y_i\ (t)}$ - доходность $\mathrm{i}-$ой облигации по средневзвешенной цене за день;

$\mathrm{G\left(t, Du_i\ (t)\right)}$ - значение ставки кривой бескупонной доходности рынка государственных облигаций;

[2] См. Engle, Robert F.; Granger, Clive W. J. (1987). "Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing". Econometrica. 55 (2): 251–276. JSTOR 1913236

[3] См. http://moex.com/ru/index/RUABITR/about/

[4] Выбор конкретного набора индексов для модели коинтеграции определяется методологической рабочей группой

$\mathrm{Du_i}\ (t)$ – дюрация i –ой облигации;

$I(t)$ – спред облигационного индекса $\tilde{I}(t)$ к безрисковой ставке, который рассчитывается по формуле: $I(t) = \tilde{I}(t) - G\left(t, \mathrm{Du_I}\ (t)\right)$;

$\mathrm{Du_I}\ (t)$ – дюрация индекса $\tilde{I}(t)$;

β_i^0 и β^1 коэффициенты модели (коэффициент β^1 одинаков для всех облигаций, связанных с индексом $\tilde{I}(t)$)

$\varepsilon_i\ (t)$ – стационарный процесс.

3.5 Для каждой **i** –ой облигации определяется волатильность $\boldsymbol{\sigma_i}$ ее доходности по формуле:

$$(\sigma_i)^2 = \frac{1}{M_i}\sum_{j=1}^{M_i}\frac{\left(y_i\left(\tau_i^{j+1}\right) - y_i\left(\tau_i^j\right)\right)^2}{\tau_i^{j+1} - \tau_i^j} \quad (1)$$

где M_i – количество дней из 250 предыдущих торговых сессий, когда на бирже совершались сделки с i –ой облигацией,

$\{\tau_i^j\}_{j=1}^{M_i}$ – множество дней из 250 предыдущих торговых сессий, когда совершались сделки с i –ой облигацией.

Оценка коэффициентов β_i^0 и β^1 производится методом наименьших квадратов для регрессионного уравнения с использованием робастных методов оценивания[5]:

$$\frac{y_i\ (t)}{\sigma_i} = \sum_j \beta_j^0 \frac{1\{i=j\}}{\sigma_i} + \beta^1 \frac{I(t)}{\sigma_i} + \varepsilon_i\ (t). \quad (2)$$

Наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i:

$\omega_i = \mathrm{Du_i}\ (t)$,
где $\mathrm{Du_i}\ (t)$ – дюрация i -ой облигации.

3.6 Модель коррекции ошибок определяет краткосрочную взаимосвязь между доходностями облигаций и облигационными индексами и для дискретного времени **t** (где **t** – день) задается уравнением:

$$y_i\ (t+1) - y_i\ (t) = \gamma\left(I(t+1) - I(t)\right) + \alpha\varepsilon_i\ (t) + \nu_i\ (t+1)\ ,$$

где $\varepsilon_i\ (t) = y_i\ (t) - \beta_i^0 - \beta^1\ I(t)$,

[5] Процедура робастного оценивания регрессионной модели представляет собой итерационный алгоритм цензурирования данных. На каждом шаге алгоритма методом наименьших квадратов рассчитываются коэффициенты регрессии по неотсеянным данным, после чего для всех наблюдений оцениваются ошибки модели. Наблюдения, для которых величина ошибки превышает 2.795*сигма (где сигма - стандартное отклонение ошибки модели) исключаются из рассмотрения при оценке параметров модели на следующем шаге. Алгоритм цензурирования останавливается, если на очередном шаге не происходит отсеивания наблюдений.

$\nu_i\ (t)$ – нормально распределенные независимые случайные величины с нулевым средним и стандартным отклонением σ_i^{ν}, т.е. $\nu_i\ (t) \sim N(0, (\sigma_i^{\nu})^2)$.

3.7 Оценки параметров $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ получаются из регрессионного уравнения (3) методом наименьших квадратов с использованием робастных методов оценивания:

$$\frac{y_i\ (t+1) - y_i\ (t)}{\sigma_i} = \gamma \frac{I(t+1) - I(t)}{\sigma_i} + \alpha \frac{\varepsilon_i\ (t)}{\sigma_i} + \tilde{\nu}_i\ (t+1) \qquad (3)$$

где $\tilde{\nu}_i\ (t+1)$ – независимые, одинаково распределенные случайные величины, $\tilde{\nu}_i\ (t) \sim N(0, \sigma^2)$;

в качестве оценки σ_i^{ν} используется величина $\sigma_i^{\nu} = \sigma\sigma_i$;

Наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i:

$\omega_i = Du_i\ (t)$,

где $Du_i\ (t)$ – дюрация i -ой облигации.

3.8 Построение прогноза значений спредов $\mathbf{y_i\ (t)}$ на произвольное целое количество дней вперед при условии наличия информации о значениях индекса $\mathbf{I(t)}$ в соответствующие дни задается рекуррентным образом через значение прогноза на предыдущую дату следующей формулой:

$$\hat{y}_i\ (t+1) = \hat{y}_i\ (t) + \gamma\big(I(t+1) - I(t)\big) + \alpha\left(\hat{y}_i\ (t) - \beta_i^0 - \beta^1\ I(t)\right) \qquad (4)$$

при этом прогнозная величина будет иметь нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией $\sigma_i\ (t+1)^2$, которая вычисляется рекуррентным образом через дисперсию прогноза на предыдущем шаге:

$$\sigma_i\ (t+1)^2 = (1+\alpha)^2 \sigma_i\ (t)^2 + (\sigma_i^{\nu})^2 \qquad (5)$$

т.е. $y_i\ (t+1) \sim N\big(\hat{y}_i\ (t+1), \sigma_i\ (t+1)^2\big)$.

3.9 Прогнозы спреда облигации на дробное количество периодов задается формулой для непрерывного времени:

$$dy_i\ (t) = g\, dI(t) + \lambda\big(y_i\ (t) - b_i^0 - b^1\big)dt + \sigma_i^{w} dW(t) \quad ,$$

где $W(t)$ – броуновское движение.

коэффициенты модели коррекции ошибки для непрерывного времени определяются через значения модели коррекции ошибки для дискретного времени:

$\lambda = \ln(1+\alpha)$,

$b_i^0 = \beta_i^0$, $b^1 = \beta^1$,

$$g = \beta^1 + \frac{\lambda}{\alpha}(\gamma - \beta^1),$$

$$\sigma_i^w = \sqrt{\frac{-2\lambda}{1-\exp(2\lambda)}}\sigma_i^\nu \qquad .$$

3.10 Прогноз спреда и волатильности облигации на основе модели коррекции ошибки с непрерывным временем рассчитывается по следующим формулам: для любого момента времени $\mathbf{t}$ внутри того же торгового дня, но лежащего после $\mathbf{t_0}$, т.е. $\mathbf{t} > \mathbf{t_0}$, прогноз спреда будет задаваться следующими рекуррентными соотношениями:

$$\hat{y}_i(t) = e^{\lambda(t-t_0)}\hat{y}_i(t_0) + \gamma(I'' - I')\frac{1-e^{\lambda(t-t_0)}}{1-e^{\lambda}} + \left(1 - e^{\lambda(t-t_0)}\right)\left(\beta_i^0 + \beta^1 I(t_0)\right) + (I'' - I')\beta^1\left(t - t_0 - \frac{1-e^{\lambda(t-t_0)}}{1-e^{\lambda}}\right), \tag{5}$$

$$\sigma_i(t)^2 = e^{2\lambda(t-t_0)}\sigma_i(t_0)^2 + \frac{1-e^{2\lambda(t-t_0)}}{1-e^{2\lambda}}(\sigma_i^\nu)^2 \tag{6}$$

где $\hat{y}_i(t_0)$ и $\sigma_i(t_0)$ уже оцененные значения среднего стандартного отклонения для прогноза спреда на момент времени t_0 (t_0 находится внутри некоторого торгового дня);

I' и I'' – значения соответствующего оцениваемой облигации индекса на начало и конец дня расчета (значение индекса на начало дня приравнивается к значению индекса на конец предыдущего торгового дня),

$$I(t_0) = I' + \frac{t_0 - t'}{t'' - t'}(I'' - I') \qquad ,$$

t', t'' - время начала и конца торговой сессии, соответственно.

Прогноз спреда на момент времени t облигации будет являться нормально распределенной случайной величиной $y_i(t) \sim N\left(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2\right)$.

4. Метод фактических цен

4.1 Метод фактических цен предназначен для определения справедливой стоимости облигации в ситуации, когда в течение дня с оцениваемой облигацией совершались биржевые сделки, параметры которых свидетельствуют о том, что данные сделки достоверны (соответствуют условиям эффективного рынка). Если в течение дня были зафиксированы такие сделки, то справедливая стоимость облигации будет определяться средневзвешенной ценой достоверных сделок, усредненной по их объёмам.

4.2 Показатель достоверности[6] сделки определяется следующим образом:

$$q_i(t) = \frac{s_i(t)}{\sqrt{V_i(t)}} \tag{7}$$

[6] Чем меньше значение данного показателя, тем выше достоверность соответствующей сделки

где $V_i\ (t)$ – объем совершенной сделки (количество ценных бумаг), шт.

$s_i\ (t)$ - торговый спред в очереди торговых заявок, зафиксированных непосредственно перед временем совершения сделки, и определяется по формуле:

$$s_i\ (t) = \left(P_i^{ask}(t) - P_i^{bid}(t)\right)\frac{\left(1+Y_i\ (t)\right)}{P_i\ (t)Du_i\ (t)},$$

$P_i^{ask}(t)$ и $P_i^{bid}(t)$ цены лучшего предложения и спроса в очереди торговых заявок на момент начала совершения сделки,

$P_i\ (t)$ – стоимость бумаги в сделке,

$Y_i\ (t)$– доходность бумаги по цене сделки,

4.3 Минимальный уровень достоверности котировки $Q_i\ (t)$ – необходимый для признания ее достоверной, т.е. котировка достоверна, если $q_i\ (t) \le Q_i\ (t)$.

4.4 $Q_i\ (t)$ определяется методом подбора исходя из следующего условия: $Q_i\ (t) = \max\{\delta\text{: для всех } \delta' < \delta \text{ выполняется } C(\delta') \ge \theta\ \}$

где δ – параметр предельной достоверности, который подбирается исходя из условия $C(\delta) \ge \theta$

$C(\delta)$ – процентное отношение количества наблюдений к общему количеству наблюдений в выборке (вероятность), когда для сделок с выбранной облигацией и с выбранным уровнем достоверности δ ($q_i\ \left(t_j\ \right) \le \delta$) за предыдущие 250 торговых сессий выполняется следующее условие: $\left|\frac{y_i\ \left(t_{j+1}\right) - \hat{y}_i\ \left(t_{j+1}\right)}{\sigma_i\ \left(t_{j+1}\right)}\right| \le k_\theta$

k_θ – квантиль стандартного нормального распределения уровня $\frac{1}{2}(\theta + 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{k_\theta} e^{-\frac{1}{2}z^2}dz$;

$y_i\ \left(t_j\ \right)$ - значение торгового спрэда по сделки в момент времени t_j ;

$\hat{y}_i\ \left(t_{j+1}\right)$ - прогноз торгового спрэда, рассчитанный по модели коррекции ошибки;

$\sigma_i\ \left(t_{j+1}\right)$- прогноз волатильности, рассчитанный по модели коррекции ошибки;

4.5 Справедливая доходность облигации на основе метода фактических цен рассчитывается по формуле:

$$Y_i^1(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_i} Y_i\ \left(\tau_j\ \right)V_i\ \left(\tau_j\ \right)}{\sum_{j=1}^{N_i} V_i\ \left(\tau_j\ \right)}, \qquad (8)$$

где $\left\{\tau_j\ \right\}_{j=1}^{N_i}$ совокупность моментов времени внутри одного торгового дня t, когда наблюдались достоверные сделки, т.е. $q_i\ \left(\tau_j\ \right) \le Q_i\ \left(\tau_j\ \right)$;

$\left\{Y_i\ \left(\tau_j\ \right);\ V_i\ \left(\tau_j\ \right)\right\}_{j=1}^{N_i}$ – совокупность доходностей и объемов достоверных сделок.

4.6 В случае, когда облигация не содержит встроенных опционов справедливая стоимость $P_i^1(t)$ на основе метода фактических цен определяется соотношением:

$$P_i^1(t) = \frac{100}{Nom} \sum_k \frac{CF_k}{\left(1 + Y_i^1(t)\right)^{t_k}} - A$$

где A – накопленный купонный доход (НКД) облигации, выраженный в процентах от ее номинальной стоимости,

Nom – непогашенная часть номинальной стоимости облигации,

k – порядковый номер денежного потока,

CF_k - k-й денежный поток по облигации - включает купонные, амортизационные платежи, погашение остаточной номинальной стоимости,

t_k – срок до даты -го денежного потока в годах.

4.7 Точность $R_i^1(t)$ оценки справедливой стоимости облигации на основе метода фактических цен определяет ширину диапазона допустимых значений справедливой цены и рассчитывается следующим образом:

$$R_i^1(t) = 2k_\theta \sigma_i^\nu \frac{Du_i\ (t)}{1+Y_i^1(t)} \qquad (9)$$

где θ - заданная вероятность что доходность облигации должна находиться внутри заданного диапазона в течение дня:

$$P\left\{\left|Y_i\ \ (t) - Y_i^1(t)\right| < {}^{\varepsilon}\!/_2\right\} = \theta,$$

где $\varepsilon = 2k_\theta \sigma_i^\nu$ – ширина диапазона доходностей;

4.8 Справедливая стоимость облигации, определенная на основе метода фактических цен, используется в качестве итоговой оценки справедливой стоимости облигации, если точность данной оценки соответствует требуемому уровню: $R_i^1(t) \leq R_{max}$.

5. Метод экстраполяции индексов

5.1 Метод экстраполяции фондовых индексов для определения справедливой цены облигаций применим в той ситуации, когда на анализируемую дату отсутствуют биржевые сделки с оцениваемой облигацией или параметры имеющихся сделок не позволяют их признать достоверными (соответствующими условиям эффективного рынка). Вместе с тем, если в такой ситуации имеется статистика достоверных сделок в некотором прошлом, то связав ее со значениями облигационных индексов, можно получить приемлемые по точности оценки справедливой стоимости облигации на анализируемую дату t. Оценка справедливой стоимости облигации с определением интервала допустимых изменений цены в таком случае сводится к задаче определения параметров распределения прогноза цены, в предположении что такой прогноз соответствует нормальному распределению $N\left(\hat{y}_i\ \ (t), \sigma_i\ \ (t)^2\right)$.

5.2 Определение стоимости облигации на дату $t+1$ $N\left(\hat{y}_i\ \ (t+1), \sigma_i\ \ (t+1)^2\right)$ осуществляется рекуррентно на основе информации о рассчитанном на предыдущем этапе прогнозного значения $N(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$. Возможны две принципиально различные ситуации:

- в течение $t+1$ торгового дня отсутствовали биржевые сделки с облигацией;
- в течение $t+1$ торгового дня имеются биржевые сделки с облигацией.

5.3 Для случая, когда в течение анализируемого дня биржевые сделки с облигацией отсутствовали, связь параметров распределений прогнозов задается моделью экстраполяции индексов для дискретного времени:

$$\begin{cases} \hat{y}_i(t+1) = \hat{y}_i(t) + \gamma\big(I(t+1) - I(t)\big) + \alpha\left(\hat{y}_i(t) - \beta_i^0 - \beta^1 I(t)\right) \\ \sigma_i(t+1)^2 = (1+\alpha)^2\sigma_i(t)^2 + (\sigma_i^\nu)^2 \end{cases}$$

(10)

5.4 В случае, когда в течение торгового дня совершались биржевые сделки с облигацией прогноз на конец торгового дня осуществляется с учетов информации об этих сделка. Пусть $\{\tau_j\}_{j=1}^{N_i}$ совокупность моментов времени внутри одного торгового дня $t+1$, когда происходили сделки $\{\tilde{y}_i(\tau_j);\ s_i(\tau_j);\ V_i(\tau_j)\}_{j=1}^{N_i}$

где

$\tilde{y}_i(\tau_j)$ - спред к базовой доходности сделки;

$s_i(\tau_j)$ - торговый спред (в терминах доходности) в момент начала реализации сделки;

$V_i(\tau_j)$ - объем сделки (в количестве бумаг).

На момент времени τ_0 (конец предыдущего торгового дня) уже известны параметры распределения прогноза, который соответствует нормальному распределению $N(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$. Тогда параметры прогноза $N\left(\hat{y}_i(\tau_{j+1}-0), \sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2\right)$ на момент времени τ_{j+1} без учета информации о параметрах сделки в момент времени τ_{j+1} по определяется по формулам:

$$\hat{y}_i(\tau_{j+1}-0) = e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}\hat{y}_i(t_0) + \gamma(I'' - I')\frac{1-e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}}{1-e^{\lambda}} + \left(1 - e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}\right)\left(\beta_i^0 + \beta^1 I'\right) + (I'' - I')\beta^1\left(\tau_{j+1} - \tau_j - \frac{1-e^{\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}}{1-e^{\lambda}}\right), \qquad (11)$$

$$\sigma_i(\tau_{j+1}-0)^2 = e^{2\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}\sigma_i(\tau_j)^2 + \frac{1-e^{2\lambda(\tau_{j+1}-\tau_j)}}{1-e^{2\lambda}}\sigma_i^\nu. \qquad (12)$$

5.5 Для того учесть информации о параметрах сделки в момент времени τ_{j+1} в прогнозе на этот же момент времени используется принцип фильтра Калмана, величина стандартного отклонения ошибки $\tilde{\sigma}_i(\tau_j)$ в котором задается мерой достоверности сделки, вычисляемой по формуле (7).

5.6 В наблюдаемый момент τ_{j+1} спред $\tilde{y}_i\ (\tau_{j+1})$ связан с реальным, но неизвестным значением справедливого спрэда соотношением:

$$\tilde{y}_i\ (\tau_{j+1}) = y_i\ (\tau_{j+1}) + \psi, \text{ где } \psi \sim N\left(0, \tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^2\right). \qquad (13)$$

Характеристика точности сделки $\tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})$ рассчитывается по формуле:

$$\tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1}) = \rho q_i\ (\tau_{j+1}). \qquad (14)$$

где ρ[7] - параметр, который связывает точность сделки $\tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})$ мерой достоверности $q_i\ (\tau_{j+1})$.

Прогноз спреда, полученный на основе фильтра Калмана имеет распределение $N\left(\tilde{y}_i\ (\tau_{j+1}), \tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^2\right)$.

Таким образом, на основе модели коррекции ошибки мы знаем (без учета информации о сделке), что распределение прогноза спреда $N\left(\hat{y}_i\ (\tau_{j+1} - 0), \sigma_i\ (\tau_{j+1} - 0)^2\right)$, а фильтр Калмана (учитывающий информацию о сделке) позволяет утверждать, что прогноз имеет распределение $N\left(\tilde{y}_i\ (\tau_{j+1}), \tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^2\right)$.

5.7 Итоговое распределение прогноза на момент времени τ_{j+1} получается путем усреднения двух распределений прогноза спрэда, полученных на основе модели экстраполяции индексов $N\left(\hat{y}_i\ (\tau_{j+1} - 0), \sigma_i\ (\tau_{j+1} - 0)^2\right)$ (уравнения (11), (12)), и на основе совершенных сделок с учетом фильтра Калмана $N\left(\tilde{y}_i\ (\tau_{j+1}), \tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^2\right)$ (уравнения (13), (14). Усредненное распределение прогноза $N\left(\hat{y}_i\ (\tau_{j+1}), \sigma_i\ (\tau_{j+1})^2\right)$ будет иметь следующие параметры:

$$\hat{y}_i\ (\tau_{j+1}) = \frac{\sigma_i\ (\tau_{j+1}-0)^2}{\sigma_i\ (\tau_{j+1}-0)^2 + \tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^2} \tilde{y}_i\ (\tau_{j+1}) + \frac{\tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^2}{\sigma_i\ (\tau_{j+1}-0)^2 + \tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^2} \hat{y}_i\ (\tau_{j+1} - 0),$$

(15)

$$\sigma_i\ (\tau_{j+1})^2 = \left(\sigma_i\ (\tau_{j+1} - 0)^{-2} + \tilde{\sigma}_i\ (\tau_{j+1})^{-2}\right)^{-1}.$$

(16)

5.8 Исходя из полученных рекуррентных соотношений, определяются параметры распределения прогноза на момент времени τ_{N_i}, т.е. на последний момент внутри $t + 1$ торгового дня, когда была совершена биржевая сделка[8] с облигацией.

5.9 Используя модель экстраполяции индексов, определяются параметры итогового распределения прогноза $N(\hat{y}_i\ (t + 1), \sigma_i\ (t + 1)^2)$, исходя из параметров распределения прогноза $N\left(\hat{y}_i\ (\tau_{N_i}), \sigma_i\ (\tau_{N_i})^2\right)$:

[7] Процедура оценки параметра ρ описана в приложении 5

[8] Под биржевой сделкой подразумевается сделка, совершенная в режиме анонимных торгов

$$\hat{y}_i\ (t+1) = e^{\lambda\left(t+1-\tau_{N_i}\right)}\hat{y}_i\ (t_0) + \gamma(I'' - I')\frac{1-e^{\lambda\left(t+1-\tau_{N_i}\right)}}{1-e^{\lambda}} + \left(1 - e^{\lambda\left(t+1-\tau_{N_i}\right)}\right)\left(\beta_i^0 + \beta^1 I'\right) + (I'' - I')\beta^1\left(t+1-\tau_j\ - \frac{1-e^{\lambda\left(t+1-\tau_{N_i}\right)}}{1-e^{\lambda}}\right)\ , \qquad (17)$$

$$\sigma_i\ (t+1)^2 = e^{2\lambda\left(t+1-\tau_{N_i}\right)}\sigma_i\ \left(\tau_j\ \right)^2 + \frac{1-e^{2\lambda\left(t+1-\tau_{N_i}\right)}}{1-e^{2\lambda}}(\sigma_i^{\nu})^2. \qquad (18)$$

5.10 На основе полученного распределения $\left(\hat{y}_i\ (t), \sigma_i\ (t)^2\right)$ прогноза спреда на анализируемую дату t, определяется справедливая стоимость облигации. В случае, когда облигация не содержит встроенных опционов, справедливая стоимость $P_i^2(t)$ на основе метода экстраполяции индекса определяется соотношением:

$$P_i^2(t) = \frac{100}{Nom}\sum_k \frac{CF_k}{\left(1+G\left(t,Du_i\ (t)\right)+\hat{y}_i\ (t)\right)^{t_k}} - A,$$

где A – накопленный купонный доход (НКД) облигации, выраженный в процентах от ее номинальной стоимости,

Nom – непогашенная часть номинальной стоимости облигации,

k – порядковый номер денежного потока,

CF_k - k-й денежный поток по облигации - включает купонные, амортизационные платежи, погашение остаточной номинальной стоимости (для облигаций с плавающей ставкой купона величина купонных платежей приравнивается величине последнего известного купона),

$Du_i\ (t)$ – дюрация облигации,

$G(;)$ — кривая базовых доходностей,

t_k – срок до даты -го денежного потока в годах.

5.11 Точность оценки справедливой стоимости облигации по аналогии с оценкой точности в модели фактических цен определяется соотношением:

$$\widetilde{R}_i^2(t) = 2k_\theta\sigma_i\ (t)\frac{Du_i\ (t)}{1+G\left(t,Du_i\ (t)\right)+\hat{y}_i\ (t)}\ .$$

Именно данная величина формализует понятие активности торгов. Если $R_i^2(t) \leq R_{max}$, то точность оценки справедливой стоимости на основе торговой информации приемлемая, что означает, что активность торгов достаточная.

Исходя из того, что Ценовой центр планирует публиковать справедливые стоимости облигаций не чаще чем один раз в день, то интервал возможного изменения цен должен включать в себя возможные внутридневные флуктуации цены между моментами публикации данных Ценового центра. Исходя из этих соображений, точность метода экстраполяции индексов должна быть ограничена внутридневной волатильностью σ_i^{ν}:

$$R_i^2(t) = 2k_\theta \max\{\sigma_i\ (t);\ \sigma_i^{\nu}\}\frac{Du_i\ (t)}{1+G\left(t,Du_i\ (t)\right)+\hat{y}_i\ (t)}$$

6. Метод факторного разложения цены

6.1. Метод факторного разложения цены применяется для определения стоимости облигаций в тех случаях, когда методы оценки справедливых цен, основанные на статистике торгов соответствующей бумаги или не применимы, или их точность неудовлетворительна.

6.2. В основе данного метода лежит модификация известной модели[9] нобелевского лауреата Ю. Фамы и его соавтора К. Френча. Данная модель предполагает, что z-спред i –ой облигации в момент времени t можно представить в виде взвешенной суммы ряда факторов, которые или характеризуют общую конъюнктуру рынка облигаций, или отражают некоторые специфические характеристики эмиссии. При этом ценовая информация торгов анализируемой бумаги в явном виде не учитывается.

6.3. Для расчета z-спредов в рамках оценки коэффициентов факторной модели используется бескупонная кривая доходности государственных рублевых облигаций, рассчитываемая и публикуемая ПАО «Московская биржа»[10].

6.4. Для оценки z-спред облигации используется модифицированная модель Фамы-Френча, представленная в виде следующего регрессионного соотношения:

$$z_i\ (t) = \beta_1 F_1\ (t) + \beta_2 F_2\ (t) + \beta_3 Risk_i^b(t) + \beta_4 1\{t - \tau_i\ < T\}$$
$$+\beta_5 \mathrm{HHI_i}(\mathrm{t}) + \beta_6 \mathrm{IL_i^1}(\mathrm{t}) + \beta_7 \mathrm{IL_i^2}(\mathrm{t}) + \sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{N}} \varphi_{\mathrm{j}} 1\{\mathrm{i} \in \mathrm{j} - \text{я отрасль}\} + \varepsilon \quad (19)$$

где

φ_{j}, β_{k}, b –коэффициенты модели, требующие предварительного оценивания,

$1\{\mathrm{i} \in \mathrm{j} - \text{я отрасль}\}$ – фиктивная переменная, принимающая значения 1 или 0 в зависимости от того, принадлежит или не принадлежит эмитент i –ой облигации к j- ой отрасли[11];

$\mathrm{F_1}\ (\mathrm{t})$ -первый фактор Фамы-Френча, характеризующий наклон кривой базовых ставок;

$\mathrm{F_2}\ (\mathrm{t})$ - второй фактор Фамы-Френча, характеризующий средний уровень кредитного риска корпоративных облигаций;

$\mathrm{Risk_i^b}(\mathrm{t})$ – фактор, характеризующий кредитный риск i –ой облигации;

τ_{i} - дата размещения i –ой облигации;

T – пороговый уровень для учета эффекта “on the run”;

$\mathrm{HHI_i}(\mathrm{t})$ – индекс Херфиндаля-Хиршмана для структуры владения облигацией;

$\mathrm{IL_i^j}(\mathrm{t})$ - факторы, характеризующие ликвидность i –ой облигации ($\mathrm{j} = 1{,}2$), основанные на концепции вмененной ликвидности;

[9] Fama, Eugene F.; French, Kenneth R. (1993). "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds". Journal of Financial Economics 33 (1): 3–56. doi:10.1016/0304-405X(93)90023-5).

[10] http://moex.com/a80

[11] Классификация эмиссий по отраслям производится в соответствии с классификатором, представленным в Приложении 2.

ε_i – ошибка регрессионной модели (случайная величина с распределением $N(0, \sigma^2)$).

6.5. Первый фактор Фамы-Френча, характеризующий наклон кривой базовых ставок, рассчитывается по формуле

$F_1\ (t) = G(t, 10) - G(t, 1)$,

где $G(t, u)$ – базовая доходность в момент времени t на срок u.

6.6. Второй фактор Фамы-Френча, характеризующий средний уровень кредитного риска в сегменте корпоративных облигаций, рассчитывается по формуле

$F_2\ (t) = MICEXCBITR(t) - G(t, 3)$,

где $G(t, u)$ – базовая доходность в момент времени t на срок u,

$MICEXCBITR(t)$ – индекс доходности корпоративных облигаций Московской Биржы.

6.7. Для оценки премии за кредитный риск $Risk_i\ (t)$ используются кредитные рейтингов «большой тройки».

Такие рейтинги могут присваиваться:

1. эмиссии;
2. гаранту (поручителю);
3. эмитенту.

Пусть $G_i^1(t)$ – наилучший рейтинг эмиссии, $G_i^2(t)$ – наилучший рейтинг гаранта, $G_i^3(t)$ – наилучший рейтинг эмитента.

Итоговый рейтинг $G_i\ (t)$, используемый в расчете величины премии за кредитный риск определяется из следующих принципов:

1) Если для облигации определен $G_i^1(t)$, то $G_i\ (t) = G_i^1(t)$;

2) Для всех прочих несубординированных облигаций $G_i\ (t) = \min\{G_i^2(t); G_i^3(t)\}$.

Определение функции min основано на использовании оцифрованных значений градаций рейтинговых шкал (см Приложение 3). При этом чем выше кредитный рейтинг, тем меньше номер соответствующей градации шкалы.

С каждой градацией G рейтинговой шкалы связана вероятность дефолта PD. (см. Приложение 3). При этом известно, что шкалы международных рейтинговых агентств устроены таким образом, что логарифм вероятности дефолта линейно связан с номером градации рейтинговой шкалы:

$\ln(PD) = a + bG$

или $PD = \exp(a + bG)$,

где a и b – некоторые коэффициенты.

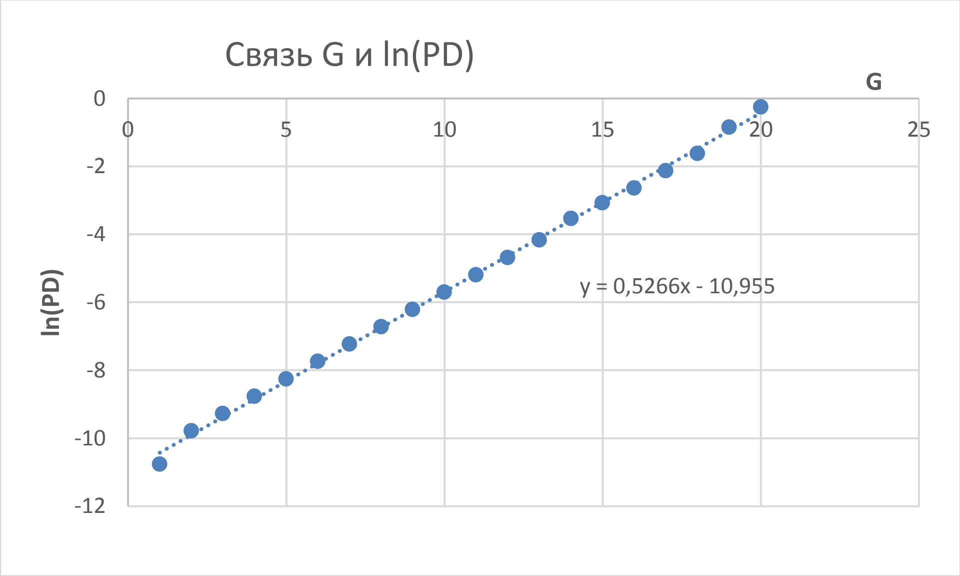
Пусть G_0 – «типичный» рейтинг российских эмитентов из корпоративного сектора рынка, тогда

$\frac{PD}{PD_0} = e^{b(G-G_0)}$,

или

$PD = PD_0 e^{b(G-G_0)}$,

где PD_0 – вероятность дефолта, свойственная рейтингу градации G_0.



Как известно, грубой оценкой вероятности дефолта является спред облигации к базовой кривой процентных ставок, но величину спреда для «типичного» российского эмитента мы уже оценили – он равен второму фактору Фамы-Френча. Поэтому PD_0 с точностью до коэффициента пропорциональности задается величиной $F_2\ (t)$.

Следовательно, $PD \sim F_2\ (t) e^{b(G-G_0)} = F_2\ (t) e^{bG} e^{-bG_0}$.

Т.к. величина e^{-bG_0} является константой, то $PD \sim F_2\ (t) e^{bG}$.

Исходя из этих соображений и с учетом того, что премия за кредитный риск входит в факторную модель с точностью до коэффициента пропорциональности, а вероятность дефолта до погашения облигации примерно равна $Du_i\ * PD$, премию за кредитный риск предлагается определить по формуле:

$Risk_i^b(t) = F_2\ (t) Du_i\ e^{bG}$,

где Du_i - дюрация облигации.

Включение в явном виде спреда в расчет премии за риск позволит учесть влияние фазы экономического цикла на данную величину.

Оценка величины коэффициента b производится в рамках оценки общей совокупности параметров регрессионной модели на основе алгоритма Левенберга — Марквардта.

6.8. Для рынка облигаций свойственен так называемый эффект “on the run”, когда облигации с относительно небольшим сроком после размещения торгуются более активно, что влияет на их доходности.

Для учета этого эффекта в факторную модель была добавлена фиктивная переменная $1\{t-\tau_i < T\}$, принимающая значения 1 или 0 в зависимости от того, меньше или больше T дней прошло с момента размещения облигации.

Рекомендованное значение пороговой величины T - 120 торговых дней.

6.9. Оценка премии за ликвидность облигаций сопряжена с двумя принципиальными трудностями. Во-первых, вторичный рынок облигаций является преимущественно внебиржевым, поэтому весьма сложно собрать статистику по сделкам, которая бы характеризовала активность торгов отдельными бумагами. Во-вторых, даже если бы это удалось сделать, это не помогло бы существенно продвинуться в решении задачи оценки премии за ликвидность в силу структурных особенностей рынка рублевого долга[12]. В связи с этим в рамках данной Методики для оценки премии за ликвидность факторной модели используется концепция вмененной ликвидности[13]. Оценка вмененной ликвидности производится на основе информации о структуре владения тестовых эмиссий, рассчитанной исходя из актуальных остатков на депозитарных счетах ОА НРД.

Определение ликвидности инструмента производится в три этапа:

1. Определяются размеры долей тестовых эмиссий, выкупленных отдельными инвесторами.
2. Для каждого такого инвестора определяется средний уровень ликвидности его портфеля (как усреднение показателей ликвидности тестовых бумаг, полученных на первом этапе методики)
3. Рассчитывается показатель ликвидности произвольной облигации как средневзвешенная сумма показателей ликвидности портфелей инвесторов.

Таким образом, оценка ликвидности бумаги производится на основе оценок предпочтений ликвидности покупателей этой бумаги. Основное достоинство использования данного подхода оценки ликвидности заключается в том, что он позволяет стандартным образом получить устойчивые оценки ликвидности фактически всех обращающихся на внебиржевом рынке ценных бумаг вне зависимости от наличия или отсутствия ценовой информации об истории их торгов.

6.10. Формально описанная выше процедура осуществляется следующим образом. Пусть на рынке присутствует K инвесторов и нам необходимо оценить ликвидность N облигаций.

Обозначим через s_{ij} – объем (в денежном выражении) i-ой облигации, находящийся во владении у j -го инвестора.

Определим долю владения i-ой облигации j -ым инвестором по формуле:

[12] Существенная доля выпушенных российскими эмитентами облигаций размещена «в одни руки», при этом владельцы таких эмиссий фактически не совершают с ними сделок на вторичном рынке, т.е. торговые обороты для таких бумаг отсутствуют. Вместе с тем этот факт не отменяет возможности того, что среди таких бумаг много ликвидных облигаций, которые можно в любой момент продать с минимальным дисконтом к их справедливой цене.

[13] см. Bushman, Robert, Anh Le and Florin Vasvari (2009). “Implied Bond Liquidity”, Working Paper, University of North Carolina at Chapel Hill

$$w_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sum_{n=1}^{K} s_{in}} \quad .$$

Также определим долю портфеля j-ого инвестора, инвестированную в i-ую облигацию по формуле:

$$v_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sum_{n=1}^{N} s_{nj}} \quad .$$

Таким образом структуру владения облигаций будет описывать матрица $W = (w_{ij})_{\substack{i=1,\dots,N \\ j=1,\dots,K}}$,

а структуру портфелей инвесторов будет описывать матрица

$$V = (v_{ij})_{\substack{i=1,\dots,N \\ j=1,\dots,K}} .$$

Элементы этих двух матриц должны обладать двумя очевидными свойствами:

$\sum_{j=1}^{K} w_{ij} = 1$, для любого i;

$\sum_{i=1}^{N} v_{ij} = 1$, для любого j.

Определим теперь средневзвешенную структуру портфелей инвесторов, инвестирующих в i-ую облигацию, где усреднение производится относительно структуры владения i-ой облигации. Данная усредненная структура будет задаваться величинами:

$$u_{ij} = \sum_{m=1}^{K} w_{im} v_{jm} \quad .$$

Нетрудно проверить, что так полученные коэффициенты структуры обладают необходимым свойством:

$$\sum_{j=1}^{K} u_{ij} = 1 \quad .$$

Обозначим через $U = (u_{ij})_{\substack{i=1,\dots,N \\ j=1,\dots,N}}$ матрицу усредненных структур.

Заметим, что матрица U вычисляется по формуле:

$U = WV^T$, где V^T -транспонированная матрица V.

6.11. Естественным показателем ликвидности облигации является степень диверсифицированности структуры ее владения. Чем большее число инвесторов владеет бумагой, тем больше оснований считать ее ликвидной.

Степень диверсификации структуры владения для i-ой облигации можно оценить с помощью индекса[14] Херфиндаля-Хиршмана, который определяется по формуле:

$$HHI_i = \sum_{j=1}^{K} w_{ij}^2.$$

Заметим, что если облигация распределена равными долями между M инвесторами, то индекс Херфиндаля-Хиршмана для такой облигации примет значение равное $1/_M$. Если же облигация сосредоточена в руках одного инвестора, то $HHI = 1$. Таким образом, чем меньше значение HHI, тем выше ликвидность облигации.

На основе индекса HHI определим еще один индекс концентрации HHI_j^δ по формуле:

$$HHI_i^\delta = 1\{HHI_i \geq \delta\}, \text{ где } 0 \leq \delta \leq 1.$$

[14] См. Hirschman, Albert O. (1964). "The Paternity of an Index". The American Economic Review. American Economic Association. 54 (5): 761. JSTOR 1818582

Как видно из определения HHI_i^{δ} он принимает всего два значения 1 или 0, в зависимости от того, выше или ниже порогового уровня δ индекс HHI_i. С учетом того, что данный индекс мы хотим использовать в качестве характеристики ликвидности облигаций, его значения следует интерпретировать, как то, является или не является анализируемая бумага неликвидной. В реальных расчетах предлагается положить $\delta = \frac{1}{4}$. Пороговый уровень для определения «неликвидности» в виде $\frac{1}{4}$ был выбран после обсуждения с экспертами рынка, которые согласились с тем, что бумага может быть ликвидной, если с ней совершают операции хотя бы 3 участника рынка.

Определим для каждой -ой бумаги два индекса вмененной ликвидности, отражающих предпочтения по ликвидности инвесторов в соответствующую бумагу.

$$\mathrm{IL}_i^1 = \sum_{j=1}^{K} u_{ij} \quad \mathrm{HHI}_j \quad ,$$

$$\mathrm{IL}_i^2 = \sum_{j=1}^{K} u_{ij} \quad \mathrm{HHI}_j^{\delta}.$$

Первый индекс IL_i^1 показывает средний уровень значения индекса HHI в портфеле «типичного» инвестора в i -ую облигацию.

Второй индекс IL_i^2 показывает средний уровень значения индекса HHI_i^{δ} в портфеле «типичного» инвестора в i-ую облигацию. При этом его также можно интерпретировать как долю заведомо неликвидных бумаг (со значением $\mathrm{HHI}_i \geq \frac{1}{4}$) в портфеле «типичного» инвестора в i-ую облигацию.

Индекс ликвидности HHI_i призван учесть при определении справедливой стоимости облигации является ли она активно торгуемой или относится к категории облигаций, размещённых «в одни руки». Индексы ликвидности IL_i^1 и IL_i^2 предназначены для того, чтобы учесть в модели ликвидность бумаг, размещённых «в одни руки».

6.12. Оценка коэффициентов φ_j, β_k, b в регрессионном уравнении (5) производится на основе алгоритма Левенберга-Марквардта[15], который является обобщением метода наименьших квадратов и применяется в том случае, когда объясняемая переменная в регрессионном уравнении нелинейно зависит от коэффициентов модели (в нашем случае от коэффициента b). Оценивание параметров модели производится на основе статистики наблюдений торгуемых на бирже z-спредов[16] облигаций с использованием робастных методов оценивания[4]. При этом наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i:

$$\omega_i = \mathrm{Du}_i \ (t)^2 \quad ,$$

где $\mathrm{Du}_i \ (t)$ – дюрация i -ой облигации.

Использование таких коэффициентов регрессии позволяет обеспечить равномерную точность оценки стоимостей облигаций во всем диапазоне дюраций.

[15] См. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация = Practical optimization. — М.: Мир, 1985.

[16] В целях оценки регрессионных коэффициентов используются средневзвешенные цены за день

Действительно, если через z_i обозначить наблюденное значение спреда, а $\hat{z}_i$ ее оценку, на основе факторной модели, то метод наименьших квадратов заключается в минимизации взвешенной суммы квадратов разностей:

$$\sum \omega_i \left(z_i - \hat{z}_i\right)^2.$$

Откуда получаем, что

$$\sum \omega_i \left(z_i - \hat{z}_i\right)^2 = \sum \left(Du_i \left(z_i - \hat{z}_i\right)\right)^2 \approx \sum \left(\frac{P_i - \hat{P}_i}{P_i}\right)^2,$$

где P_i и $\hat{P}_i$ - наблюденные и оцененные на основе факторной модели стоимости облигаций.

Именно использование весов ω_i позволяет нам обеспечить одинаковую точность оценки стоимостей для всех облигаций, которая характеризуется стандартным отклонением σ оцениваемой по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum \omega_i \left(z_i - \hat{z}_i\right)^2}{n},$$

где n- количество наблюдений в выборке, на основе которой оцениваются коэффициенты регрессии.

6.13. После того как мы произвели оценку спреда облигации на основе соотношения (19) мы можем определить справедливую стоимость $P_i^*(t)$ облигации в соответствии с методом факторного разложения цены по формуле:

$$P_i^*(t) = \frac{100}{Nom} \sum_k \frac{CF_k}{\left(1 + G(t, t_k) + \hat{z}_i(t)\right)^{t_k}} - A$$

где A – накопленный купонный доход (НКД) облигации, выраженный в процентах от ее номинальной стоимости,

Nom – непогашенная часть номинальной стоимости облигации,

k – порядковый номер денежного потока,

CF_k - k-й денежный поток по облигации - включает купонные, амортизационные платежи, погашение остаточной номинальной стоимости (для облигаций с плавающей ставкой купона величина купонных платежей приравнивается величине последнего известного купона),

$G(\cdot,\cdot)$ – кривая базовых доходностей,

t_k – срок до даты -го денежного потока в годах.

6.14. Предложенный алгоритм определения справедливой стоимости $P_i^*(t)$ облигаций допускает возможность возникновения систематической ошибки смещения цены относительно его справедливого значения, что может быть обусловлено неполным соответствием фиктивных переменных в регрессионном уравнении (19) реальной специфике облигации. Следствием наличия такой систематической ошибки могут быть нелогичные «скачки» справедливой оценки стоимости облигации при переходе от использования метода экстраполяции индексов к методу факторного разложения цены.

Для того чтобы исключить данную системную ошибку в оценке стоимости облигации предлагается итоговую стоимость облигации, оцениваемую на основе метода факторного разложения цены, рассчитывать с учетом корректировки по формуле:

$$P_i^3(t) = P_i^*(t) + \mu_i\ (t)\ \delta_i\ (t) \quad ,$$

где $\mu_i\ (t)$ – оценка среднего значения разности $P_i^*(t) - P_i^2(t)$, а $\delta_i\ (t)$ индикаторная функция, принимающая значения 1 или 0 в зависимости от того, является ли оценка $\mu_i\ (t)$ значимой или нет, соответственно.

Оценка величины $\mu_i\ (t)$ производится методом экспоненциального скользящего среднего на основе следующего рекуррентного алгоритма.

Пусть

$$\mathbf{1}_i\ (t) = \begin{cases} 1, & P_i^2(t)\ \text{определено} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad ,$$

$$n_i\ (t) = q\, n_i\ (t-1) + \mathbf{1}_i\ (t) \quad ,$$

$$s_i\ (t) = q\, s_i\ (t-1) + \mathbf{1}_i\ (t)\ \left(P_i^*(t) - P_i^2(t)\right),$$

$$d_i\ (t) = q\left(d_i\ (t-1) + \mathbf{1}_i\ (t)\frac{s_i\ (t-1) - n_i\ (t-1)\left(P_i^*(t) - P_i^2(t)\right)^2}{n_i\ (t-1)\, n_i\ (t)}\right),$$

тогда $\mu_i\ (t) = {}^{s_i\ (t)}\!\big/_{n_i\ (t)}$,

где

q – параметр «памяти» экспоненциального скользящего среднего ($0 < q < 1$),

$n_i\ (0) = 1$,

$s_i\ (0) = 0$.

Определение значения индикаторной функции $\delta_i\ (t)$ производится на основе распределения Стьюдента, а именно

$$\delta_i\ (t) = \begin{cases} 1, & 2\,F_t\left(-\left|\dfrac{s_i\ (t)}{\sqrt{d_i\ (t)\frac{n_i\ (t)}{n_i\ (t-1)}}}\right|,\ n_i\ (t) - 1\right) < \theta \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad ,$$

где $F_t(x, n\,)$ - функция распределения Стьюдента с n степенями свободы.

6.15. Точность оценки справедливой стоимости облигации на основе факторного разложения цены определяется соотношением:

$$\mathrm{R}_\mathrm{i}^3(\mathrm{t}) = 2\mathrm{k}_\theta\sigma \quad .$$

где

k_θ- квантиль стандартного нормального распределения уровня $\frac{1}{2}(\theta+1)$, т.е. $\frac{1}{2}(\theta+1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{k_\theta} e^{-\frac{1}{2}z^2}dz$.

6.16. Расчет z-спредов облигаций в рамках данной Методики осуществляется следующим образом:

6.16.1. В случае если документами, определяющими условия выпуска и обращения облигаций, не предусмотрено наличие опционов (досрочных погашений / оферт), то z-спред облигации (z) рассчитывается как z-спред доходности к погашению:

$$z = z_m$$

6.16.2. В случае если документами, определяющими условия выпуска и обращения облигаций, предусмотрено наличие put опционов, то z-спред доходности облигации к базовой кривой доходности рассчитывается как:

$$z = z_P = \max(z_m, \max_l (z_n)),$$

где z_n – z-спред доходности облигации к n-му сроку put опциона к базовой кривой доходности. Таким образом, выбирается та оферта, при которой исполнение опциона наиболее вероятно.

6.16.3. В случае если документами, определяющими условия выпуска и обращения облигаций, предусмотрено наличие call опционов, то z-спред доходности облигации к базовой кривой доходности рассчитывается как:

$$z = z_C = \min(z_m, \min_l (z_k)),$$

где z_k – z-спред доходности облигации к k-му сроку call опциона к базовой кривой доходности. Таким образом, выбирается та оферта, при которой исполнение опциона наиболее вероятно.

6.16.4. В случае если документами, определяющими условия выпуска и обращения облигаций, предусмотрено наличие put и call опционов, то z-спред доходности облигации к базовой кривой доходности рассчитывается как:

$$z = \min(z_C, z_P)$$

где z_C рассчитывается только по call опционам, предшествующим ближайшему пут-опциону.

7. Заключительные положения

7.1. Настоящая Методика утверждается Председателем Правления НКО АО НРД при согласовании Экспертным Советом.

7.2. Мониторинг изменений текущего состояния рынка и экспертную оценку необходимых параметров, используемых в Методике, осуществляет Экспертный Совет, в состав которой входит Методическая рабочая группа.

7.3. Необходимые изменения в Методику вносит Методическая рабочая группа по ценам с последующим утверждением Председателем Правления НКО АО НРД при согласовании Экспертным Советом.

Приложение 1

Параметры, устанавливаемые решением Методической рабочей группы

1. θ - доверительная вероятность, определяющая интервалы допустимых значений справедливых цен, полагается равным $\theta = 0{,}95$ (если иное не установлено методологической рабочей группой);
2. $\mathrm{K}_{\mathrm{min}}$- минимальное количество сделок с облигацией в течение предыдущих 250 торговых дней необходимых для возможности применения 1-го и 2-го методов полагается равным 50 (если иное не установлено методологической рабочей группой);
3. $\mathrm{R}_{\mathrm{max}}$- максимальная погрешность, с которой может определяться справедливая стоимость облигации, полается равным 0.01 (если иное не установлено методологической рабочей группой);
4. q - параметр «памяти» экспоненциального скользящего среднего (п. 6.14) полается равным 0.94 (если иное не установлено методологической рабочей группой).

Приложение 2

Классификатор отраслей

№	Отрасль
1	Государство
2	Муниципалитеты
3	Банки
4	Горнодобыча
5	Машиностроение
6	Металлургический
7	Нефтегазовый
8	Пищевая промышленность и с/х
9	Ритейл
10	Строительство
11	Телекоммуникации
12	Технологии
13	Транспорт
14	Финансовые сервисы
15	Химическая промышленность и минудобрения
16	Электроэнергетика

Приложение 3

Сопоставление шкал рейтинговых агентств и вероятности дефолта

№	FITCH, S&P	Moody's	PD	Ln(PD)
1	AAA	Aaa	2,12E-05	-10,7626
2	AA+	Aa1	5,65E-05	-9,78194
3	AA	Aa2	9,41E-05	-9,27145
4	AA-	Aa3	0,000157	-8,76096
5	A+	A1	0,000261	-8,25047
6	A	A2	0,000435	-7,73997
7	A-	A3	0,000725	-7,22948
8	BBB+	Baa1	0,001208	-6,71899
9	BBB	Baa2	0,002012	-6,20849
10	BBB-	Baa3	0,003353	-5,698
11	BB+	Ba1	0,005586	-5,18751
12	BB	Ba2	0,009307	-4,67702
13	BB-	Ba3	0,015506	-4,16652
14	B+	B1	0,029392	-3,52703
15	B-	B2	0,046601	-3,06613
16	B	B3	0,071716	-2,63505
17	CCC+	Caa1	0,119486	-2,12455
18	CCC	Caa2	0,199078	-1,61406
19	CCC-	Caa3	0,429658	-0,84477
20	CC	Ca	0,776426	-0,25305
21	C			
22	DDD	C	0,966176	-0,03441
22	SD			
22	DD			
22	D		0,995	-0,00501

Приложение 4

Оценка базовой кривой доходности модели Смита-Уилсона

Термины и определения:

База расчета — список государственных облигаций, данные о ходе торгов по которым используются для расчёта G-кривой.

Бескупонная доходность — доходность к погашению дисконтной облигации

Кривая бескупонной доходности (КБД) — зависимость бескупонной доходности от срока дисконтной облигации для однородных долговых обязательств; функция, задающая срочную структуру процентных ставок

Момент времени — число, равное количеству дней, прошедших от выбранной точки начала отсчета, выраженное в днях.

Срочная структура процентных ставок

Текущий момент времени, измеряется в годах

$$\mathbf{s}$$

Момент в будущем, на который производится прогноз, измеряется в годах

$$\mathbf{t \geq s}$$

Процентная ставка (бескупонная доходность, действующая в момент s на момент t)

$$\mathbf{r_s(t)}$$

Коэффициент дисконтирования

$$\mathbf{D_s(t) = [1 + r_s(t)]^{t-s}}$$

Непрерывная процентная ставка

$$\mathbf{y_s(t) = \frac{\log[D_s(t)]}{t - s}}$$

Форвардная ставка (мгновенная)

$$\mathbf{f_s(t) = \frac{d}{dt}[y_s(t) \cdot (t - s)]}$$

Предельная форвардная ставка, равная долгосрочному прогнозу номинальной ставки [17] [18]

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{\log[(1 + (3.0 + 4.4)\%] = 7.14\%}$$

Приведенный коэффициент дисконтирования

$$\mathbf{d_s(t) = e^{\omega(t-s)} D_s(t)}$$

[17] Консервативный долгосрочный прогноз МЭР(http://economy.gov.ru/minec/activity/sections/macro/prognoz/doc20131108_5) ожидаемой инфляции на 2030 год составляет 2.0%, умеренно-оптимистичный 2.2%, целевой 3.0%. ЦБ РФ установил целевой уровень инфляции на 2017 в 4.0% и планирует и дальше его удерживать.

[18] Прогноз ЦБ реальной ставки процента http://www.cbr.ru/analytics/wps/wps_13.pdf

Функция ядра Z

Параметр скорости сходимости

$$\boldsymbol{\alpha = 0.05}$$

Функция ядра

$$\mathbf{Z(u,v) = \alpha min(u,v) - 0.5\left(e^{-\alpha|u-v|} - e^{-\alpha(u+v)}\right)}$$

Матрицы и векторы

Везде далее матрицы и векторы выделяются жирным шрифтом

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{12}} & \cdots & \mathbf{a_{1n}} \\ \mathbf{a_{21}} & \mathbf{a_{22}} & \cdots & \mathbf{a_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{a_{m1}} & \mathbf{a_{m2}} & \cdots & \mathbf{a_{mn}} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_1} \\ \mathbf{a_2} \\ \vdots \\ \mathbf{a_m} \end{bmatrix}$$

Операция транспонирования определена для матриц и векторов

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11}} & \mathbf{a_{21}} & \cdots & \mathbf{a_{m1}} \\ \mathbf{a_{12}} & \mathbf{a_{22}} & \cdots & \mathbf{a_{m2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{a_{1n}} & \mathbf{a_{n2}} & \cdots & \mathbf{a_{mn}} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{a}^* = [\mathbf{a_1} \quad \mathbf{a_2} \quad \cdots \quad \mathbf{a_m}]$$

Операции сложения матрицы или вектора со скалярной переменной являются поэлементными

$$\mathbf{A + b} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11} + b} & \mathbf{a_{12} + b} & \cdots & \mathbf{a_{1n} + b} \\ \mathbf{a_{21} + b} & \mathbf{a_{22} + b} & \cdots & \mathbf{a_{2n} + b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{a_{m1} + b} & \mathbf{a_{m2} + b} & \cdots & \mathbf{a_{mn} + b} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{a + b} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_1 + b} \\ \mathbf{a_2 + b} \\ \vdots \\ \mathbf{a_m + b} \end{bmatrix}$$

Операция сложения матрицы и вектора производятся <<повекторно>>

$$\mathbf{A + c} = \begin{bmatrix} \mathbf{a_{11} + c_1} & \mathbf{a_{12} + c_1} & \cdots & \mathbf{a_{1n} + c_1} \\ \mathbf{a_{21} + c_2} & \mathbf{a_{22} + c_2} & \cdots & \mathbf{a_{2n} + c_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{a_{m1} + c_m} & \mathbf{a_{m2} + c_m} & \cdots & \mathbf{a_{mn} + c_m} \end{bmatrix}$$

Операции умножения матрицы на матрицу, вектор или скаляр определены канонически.

Скалярные операции, производимые поэлементно над компонентами матрицы или вектора, обозначаются квадратными скобками

$$\mathbf{exp[a]} = \begin{bmatrix} \mathbf{exp(a_1)} \\ \mathbf{exp(a_2)} \\ \vdots \\ \mathbf{exp(a_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e^{a_1}} \\ \mathbf{e^{a_2}} \\ \vdots \\ \mathbf{e^{a_m}} \end{bmatrix}$$

Скалярные операции от двух переменных, производимые поэлементно над компонентами двух векторов, обозначаются квадратными скобками

$$\mathbf{F[a,b]} = \begin{bmatrix} \mathbf{F(a_1,b_1)} & \mathbf{F(a_1,b_2)} & \cdots & \mathbf{F(a_1,b_n)} \\ \mathbf{F(a_2,b_1)} & \mathbf{F(a_2,b_2)} & \cdots & \mathbf{F(a_2,b_n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{F(a_m,b_1)} & \mathbf{F(a_m,b_2)} & \cdots & \mathbf{F(a_m,b_n)} \end{bmatrix}$$

Операция получения квадратной матрицы с диагональными элементами от вектора a обозначается

$$\mathbf{diag}(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} \mathbf{a_1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a_2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{a_m} \end{bmatrix}$$

Порядок формирования базы расчетов

В базы расчетов заведомо не включаются выпуски, содержащие не фиксированный размер или дату выплаты. Таким образом, для каждой бумаги из базы расчетов должны быть известны размеры всех купонных выплат (в том числе амортизаций и погашений), а также даты запланированных выплат.

В базе расчетов должны быть использованы выпуски, для которых частота одновременно наблюдаемых котировок со стороны заявок на продажу и со стороны заявок на покупку не меньше 80%. В модели используются данные соответствующих лучших цен. Если одна из цен не установлена, то цена на бумагу считается ненаблюдаемой. Из базы расчетов исключаются выпуски со сроком до погашения менее 30 дней.

Непараметрическая модель

Непараметрическая модель допускает две возможных поставки, результатом которых является описываемая форма кривой.

Функциональная постановка

В основе функциональной постановки лежат два базовых предположения относительно свойств (вида, формы) функции дисконтирования.

1. Кривая должна обладать определенной степенью гладкости.
2. Динамика кривой должна быть достаточно гладкой, то есть текущая кривая должна быть близка (в некотором смысле) к прогнозу, полученному на предыдущем шаге расчетов.

Оба требования к кривой могут быть формализованы в виде задачи минимизации в среднем взвешенной суммы квадратов второй и первой производных от невязки прогноза и текущего значения функции дисконтирования.

Помимо предположения о форме функции дисконтирования используется допущение о том, что наблюдаемые значения цен определены неточно.

Наблюдаемые цены не обязаны в точности совпадать с ценами теоретическими, рассчитанными по функции дисконтирования. Данное предположение может быть формализовано в виде задачи минимизации взвешенного квадрата невязки цен с использованием меры точности.

На каждом шаге расчета решается задача многокритериальной (двухкритериальной) оптимизации.

1. Первый критерий состоит в гладкости и сходимости кривой.
2. Второй критерий состоит в близости наблюдаемых цен и теоретических цен.

Для решения задачи применяется метод множителей Лагранжа. В такой постановке задача допускает аналитическое решение, формальной записью которого является кривая описываемой непараметрической модели.

Вероятностная постановка

В основе вероятностной постановки лежит предположение о случайности поведения форвардной ставки.

Форвардная ставка представляется в виде двумерного стационарного Гауссовского случайного поля.

1. Первая переменная поля определяет момент времени, в который производится прогноз.
2. Вторая переменная определяет тот момент времени, на который производится прогноз.

При фиксированной первой переменной (что есть в некоторый заданный момент времени) форвардная ставка является Гауссовским процессом.

Относительно этого Гауссовского процесса делается предположение о том, что он является процессом Орнштейна-Уленбека, таким образом, подчиняется модели Вайсичека.

При фиксированной второй переменной делается предположение о том, что процесс, полученный в данном сечении, является броуновским движением. Наблюденные цены содержат случайную ошибку, являющуюся несмещенным белым шумом.

В каждый момент времени прогнозируемая форвардная кривая подчиняется модели Вайсичека, а динамика прогноза во времени является броуновским движением. Наблюдаемые цены содержат случайную несмещенную ошибку.

На основании данных предположений, а также допуская разложение функции дисконтирования в ряд Тейлора до линейного члена, строится вероятностная постановка, к которой в явном виде применим фильтр Калмана.

Обработка данных:

Для расчета срочной структуры процентных ставок используется информация о заявках, поданных в Режиме основных торгов с выпусками, включенными в базу расчета.

Моментом фиксации заявок s_n является начало следующего (астрономического) часа внутри торгового дня.

Цены облигаций определяются после обработки последней сделки, совершенной до момента фиксации.

В момент s_n фиксируются активные заявки по каждому из выпусков, входящих в базу расчета. Если по некоторому выпуску i имеются заявки на покупку, то определяется цена покупки bid_i, как наибольший ценовой уровень заявок на покупку.

Аналогично фиксируется цена продажи ask_i, как наименьший ценовой уровень заявок на продажу.

Цена продажи и цена покупки выражаются в процентах от непогашенной части номинальной стоимости облигации и учитывают накопленный купонный доход.

В момент фиксации s_n выпуск считается ненаблюдаемым, если одна из двух цен отсутствует.

Для наблюдаемых выпусков расчет средней цены производится с использованием цены продажи и цены покупки

$$\mathbf{p_i = 0.5(ask_i + bid_i)}$$

Для предыдущего торгового дня определяется дневной параметр меры точности выпуска, как медианное значение спреда в результате измерений предыдущего торгового дня:

$$\mathbf{m_i^{(prev\,day)} = 0.5(median(ask_i^{(prev\,day)} - bid_i^{(prev\,day)}))}$$

На основании полученной в предыдущий момент фиксации цен s_{n-1} меры точности выпуска δ_i для выпуска i новая мера точности выпуска определяется с использованием экспоненциального фильтра с параметром $\theta = 0.95$

$$\boldsymbol{\delta_i = \theta \cdot \delta_i + (1 - \theta) \cdot m_i^{(prev\,day)}}$$

Определяется мера точности наблюдаемой цены

$$\mathbf{q_i = max(\boldsymbol{\delta}_i,\ 0.5(ask_i - bid_i))}$$

Матричное представление данных:

На момент фиксации заявок

- Известно количество k выпусков, для которых наблюдаются цены. Все остальные выпуски в процедуре пересчета не участвуют.
- Для каждой облигации определена цена $p_i, i = 1 \dots k$. Упорядоченные цены облигаций образуют вектор цен p размерности $k \times 1$.
- Для каждой облигации определена мера точности $q_i, i = 1 \dots k$. Упорядоченные в соответствии с ценами облигаций элементы q_i образуют вектор меры точности q размерности $k \times 1$.
- Суммарное количество уникальных (без повторений) дат будущих выплат по всем облигациям равно m.
- Объединением всех дат выплат по всем облигациям обозначается $u_j, j = 1 \dots m$. Таким образом, для любого $j = 1 \dots m$ существует как минимум один выпуск с выплатой в момент u_j. Упорядоченные даты выплат образуют вектор u размерности $m \times 1$.
- Матрица выплат $C = [c_{ij}]$ размерности $m \times k$ задается поэлементно

    a. Если для выпуска i на дату u_j не существует выплаты, то $c_{ij} = 0$;

b. Если для выпуска i на дату u_j существует выплата, c_{ij} равно величине данной выплаты по облигации, выраженной в процентах от непогашенной части номинальной стоимости облигации.

На момент фиксации цен s_n внешними входными переменными являются u, C, p_n, q_n.

Внутренними входными переменными являются

- вектор дат прогноза t,
- предшествующий момент фиксации цен s_{n-1},
- вектор d_{n-1} приведенной функции дисконтирования в точках t,
- ковариационная матрица R_{n-1} приведенной функции дисконтирования в точках t.

Инициализация внутренних входных переменных

- Расчет функции дисконтирования производится дискретно. Для реализации фильтра Калмана необходимо определить временную сетку t — вектор дат в будущем, для которого будет производиться расчет значений кривой. Размерность вектора равна $l \times 1$. Для получения достаточно точного результата желательно, чтобы в вектор входили все даты выплат по облигациям из базы расчета ($u \subset t$). Также желательно иметь как минимум один достаточно большой (более 50 лет) элемент сетки t для обеспечения точной интерполяции кривой в случае появления выпусков с дальними датами выплат.
- Начальный вектор приведенных коэффициентов дисконтирования d_0 размерности $l \times 1$ заполняется единицами.
- Начальная матрица ковариации R_0 размерности $l \times l$ заполняется нулями.
- Параметр s_0 определяется минимальным ($s_0 < s_1$) при условии, что рассчитанные модельные (теоретические) значения цен на первом шаге отличались от наблюдаемых цен не более, чем на величину половины bid-ask спреда[19]: $|\mathbf{p}_1 - \mathbf{C}^* D_1[\mathbf{u}]| \le \mathbf{q}_1$

Постоянными входными параметрами являются α, ω и параметр сглаживания $\boldsymbol{\lambda = 1000}$

Результатами работы процедуры пересчета кривой дисконтирования являются:

- вектор новых значений d_n приведенной функции дисконтирования в точках t,
- новая ковариационная матрица R_n приведенной функции дисконтирования в точках t.

Расчет непараметрической модели

Приведенная матрица выплат на дату s_n определяется по формуле

[19] Модель предполагает, что производится предварительный расчет на исторических данных для более точной работы в будущем. Поэтому при наличии глубокой истории допускается произвольный выбор данного параметра при условии $s_1 - 60 < s_0 < s_1 - 1$

$$\mathbf{Q_n = daig(exp[-\omega(u - s_n)]) \cdot C}.$$

Ковариационная матрица ошибок имеет вид $\mathbf{N}_{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{diag(q)}$

Ковариационная функция шага динамики имеет вид

$$\mathbf{M_n(t_1, t_2) = \frac{(s_n - s_{n-1})}{\alpha^2} \cdot Z(t_1 - s_n, t_2 - s_n)}$$

Согласно непараметрической модели, уравнения шага динамики и измерения приведенной случайной функции дисконтирования $\mathrm{d_n(t)}$ в момент $\mathrm{s_n}$ на произвольную дату t имеют вид[20]

$$\begin{cases} \mathbf{d_n(t)} & \mathbf{= 1 + d_{n-1}(t) - d_{n-1}(s_n) + \nu_n(t)} \\ \quad \mathbf{p_n} & \mathbf{= Q_n^* d_n[u] + e_n} \end{cases}$$

с начальным условием $\mathrm{d_0(t)} \equiv 1$. Случайные переменные имеют распределение

$$\begin{aligned} \mathbf{\nu_n(t)} &\sim \boldsymbol{\mathcal{N}}\mathbf{(0, M_n(t,t))} \\ \mathbf{e_n} &\sim \boldsymbol{\mathcal{N}}\mathbf{(0, N_n)} \end{aligned}$$

Для расчета шага динамики фильтра Калмана используется интерполяция среднего приведенной функции дисконтирования $\mathrm{d_{n-1}(t)}$ и ее ковариационной матрицы $\mathrm{R_{n-1}(t,t)}$ на секте t по их дискретной аппроксимации $\mathrm{d_{n-1}}$ и $\mathrm{R_{n-1}}$ соответственно. Рассчитываются следующие значения:

$$\mathbf{d_{n-1}(s_n),\ R_{n-1}(s_n, s_n),\ R_{n-1}[t, s_n],\ R_{n-1}[s_n, t]}.$$

Шаг динамики состоит в вычислении прогноза вектора коэффициентов дисконтирования $\mathrm{d_{n-0}}$ и матрицы ковариации $\mathrm{R_{n-0}}$ по формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{d_{n-0}} &\mathbf{= 1 + d_{n-1} - d_{n-1}(s_n)} \\ \mathbf{R_{n-0}} &\mathbf{= R_{n-1} - R_{n-1}[t, s_n] - R_{n-1}[s_n, t] + R_{n-1}(s_n, s_n) + M_n[t,t]} \end{aligned}$$

Аналогично для расчета этапа измерения фильтра Калмана используется интерполяция прогноза среднего приведенной функции дисконтирования $\mathrm{d_{n-0}(t)}$ и ее ковариационной матрицы $\mathrm{R_{n-0}(t,t)}$ на секте t по их дискретной аппроксимации $\mathrm{d_{n-0}}$ и $\mathrm{R_{n-0}}$ соответственно. Рассчитываются следующие значения

$$\mathbf{d_{n-0}[u],\ R_{n-0}[u,u],\ R_{n-0}[t,u],\ R_{n-0}[u,t]}.$$

Этап измерения состоит в вычислении вектора коэффициентов дисконтирования $\mathrm{d_n}$ и матрицы ковариации $\mathrm{R_n}$ по формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{d_n} &\mathbf{= d_{n-0} + R_{n-0}[t,u] Q_n [Q_n^* R_{n-0}[u,u] Q_n + N_n]^{-1} (p_n - Q_n^* d_{n-0}[u])} \\ \mathbf{R_n} &\mathbf{= R_{n-0} + R_{n-0}[t,u] Q_n [Q_n^* R_{n-0}[u,u] Q_n + N_n]^{-1} Q_n^* R_{n-0}[u,t]} \end{aligned}$$

После фиксации цен в момент $\mathrm{s_n}$ для получения значений доходности на дату τ производится интерполяция функции $\mathrm{d_n(\tau)}$ по её дискретной аппроксимации $\mathrm{d_n}$, заданной в точках t. Откуда значение функции дисконтирования на моменты τ равно

$$\mathbf{D_n(\tau) = e^{-\omega(\tau - s_n)} d_n(\tau)}$$

Значение бескупонной доходности, действующей в момент $\mathrm{s_n}$ на момент τ равно

$$\mathbf{r_n(\tau) = e^{-\omega} \cdot (d_n(\tau))^{(\tau - s_n)^{-1}} - 1}.$$

[20] Данные формулы носят теоретический характер, в расчетах не применяются

Приложение 5

Порядок оценки параметра ρ

Для того, чтобы организовать процедуру оценки параметра ρ заметим следующий факт. Если в некоторый момент времени t мы наблюдаем котировку облигации $\tilde{y}_i(t)$, то она войдет в расчет справедливой стоимости (спреда) согласно формуле (*) с весом

$$\frac{\sigma_i(t-0)^2}{\sigma_i(t-0)^2+\tilde{\sigma}_i(t)^2} = \frac{1}{1+\frac{\tilde{\sigma}_i(t)^2}{\sigma_i(t-0)^2}} = \frac{1}{1+\left(\rho\frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)^2} = \frac{1}{1+\exp\left(2\ln(\rho)+2\ln\left(\frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)\right)}\ .$$

При этом вспомним, что для каждой котировки у нас есть критерий для проверки ее достоверности (соответствия условиям эффективного рынка) на основе сравнения величины $q_i(t)$ с пороговым значением $Q_i(t)$.

Если котировка является достоверной, то естественно ожидать, что она должна входить в расчет справедливой стоимости с весом близким к 1, и 0 в противном случае, т.е.

$$\frac{1}{1+\exp\left(2\ln(\rho)+2\ln\left(\frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)\right)} \approx 1\{q_i(t) < Q_i(t)\}\ .$$

Полученное соотношение является вариантом логистической регрессии $Y = \frac{1}{1+\exp(a+bX)}$,

где $a = 2\ln(\rho)$, $b = 2$, $Y = 1\{q_i(t) < Q_i(t)\}$, $X = \ln\left(\frac{q_i(t)}{\sigma_i(t-0)}\right)$.

Оценив параметры логистической регрессии по выборке наблюденных котировок облигации получаем, что $\rho = e^{\frac{a}{2}}$.

.

Приложение 6

Шкала соответствия долгосрочных рейтингов кредитоспособности

<table>
<tr><th>Moody's</th><th>S&P</th><th>Fitch</th><th>Шкала НРД</th></tr>
<tr><td>Aaa</td><td>AAA</td><td>AAA</td><td rowspan="4">1</td></tr>
<tr><td>Aa1</td><td>AA+</td><td>AA+</td></tr>
<tr><td>Aa2</td><td>AA</td><td>AA</td></tr>
<tr><td>Aa3</td><td>AA-</td><td>AA-</td></tr>
<tr><td>A1</td><td>A+</td><td>A+</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>A2</td><td>A</td><td>A</td></tr>
<tr><td>A3</td><td>A-</td><td>A-</td></tr>
<tr><td>Baa1</td><td>BBB+</td><td>BBB+</td><td rowspan="2">3</td></tr>
<tr><td>Baa2</td><td>BBB</td><td>BBB</td></tr>
<tr><td>Baa3</td><td>BBB-</td><td>BBB-</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Ba1</td><td>BB+</td><td>BB+</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Ba2</td><td>BB</td><td>BB</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Ba3</td><td>BB-</td><td>BB-</td><td>7</td></tr>
<tr><td>B1</td><td>B+</td><td>B+</td><td>8</td></tr>
<tr><td>B2</td><td>B</td><td>B</td><td>9</td></tr>
<tr><td>B3</td><td>B-</td><td>B-</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Caa1</td><td>CCC+</td><td rowspan="5">CCC</td><td rowspan="5">11</td></tr>
<tr><td>Caa2</td><td>CCC</td></tr>
<tr><td>Caa3</td><td>CCC-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ca</td><td>CC</td></tr>
<tr><td>C</td></tr>
<tr><td>C</td><td rowspan="2">D</td><td>DDD</td><td rowspan="2">12</td></tr>
<tr><td>?</td><td>?</td></tr>
</table>

Данная шкала составлена на основе рекомендаций Минфина России в соответствии с протоколом заседания Экспертного Совета по деятельности рейтинговых агентств от 25 ноября 2011 года.